

所別：電機工程 組別：智控、電力、通訊 科目：工程數學

注意：不准使用計算器，考試時間總計：100 分鐘。試題共 1 頁，第 1 頁

以下共 10 題，每題 10 分

1. 解微分方程

$$y' + y = e^{-x}, y(0) = 2$$

2. 解微分方程

$$y'' + 4y' + 3y = 12, y(0) = 1, y'(0) = -1$$

3. 求拉氏轉換(Laplace transform)

$$\mathcal{L}\left[(t + e^{-2t})^2\right] = ?$$

4. 求反拉氏轉換(Inverse Laplace transform)

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s^2}{(s+1)(s^2+4)}\right] = ?$$

5. 請求出 $f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi \leq x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$ 之傅立業級數(Fourier series)

6. 請找出矩陣 $A = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ 之特徵值與特徵向量，並將 $A = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ 對角化

7. 若 λ_1, λ_2 為矩陣 A 之不相等特徵值， X_1, X_2 為對應之特徵向量，請證明 X_1, X_2 為線性獨立。

8. 有一純量場 $\phi = \frac{e^{-x}}{\sqrt{y^2 + z^2}}$ ，請求此純量場位於 (0,3,4) 之梯度(gradient) $\nabla\phi(0,3,4) = ?$

9. 複數函數之微分

請證明 $\frac{d}{dz} z^2 = 2z$ ，其中 $z = x + jy$ ， $j = \sqrt{-1}$ ， x, y 為實數

10. 請說明 $|z + 3 - j4| = 6$ 在複數平面上之概略圖形，並求出此圖形與 x, y 軸之交點