

國立中正大學

114 學年度碩士班招生考試

試題

[第 3 節]

科目名稱	統計學
系所組別	經濟學系國際經濟學-乙組

—作答注意事項—

※作答前請先核對「試題」、「試卷」與「准考證」之系所組別、科目名稱是否相符。

1. 預備鈴響時即可入場，但至考試開始鈴響前，不得翻閱試題，並不得書寫、畫記、作答。
2. 考試開始鈴響時，即可開始作答；考試結束鈴響畢，應即停止作答。
3. 入場後於考試開始 40 分鐘內不得離場。
4. 全部答題均須在試卷（答案卷）作答區內完成。
5. 試卷作答限用藍色或黑色筆（含鉛筆）書寫。
6. 試題須隨試卷繳還。

國立中正大學 114 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：統計學

本科目共 2 頁 第 1 頁

系所組別：經濟學系國際經濟學-乙組

第一部分：填充題（每格 5 分，共 50 分）

注意事項：

- (1) 此部分不須計算過程。
 (2) 此部分請不要使用「選擇題作答區」作答。
 (3) 此部分請自行於作答區第一頁製作如下的填充題作答區：

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
(6)	(7)	(8)	(9)	(10)

1. (30%) 令 $X \sim N(0,1)$ 而 $Y = 1 + 0.5X$ ，則 Y 的機率密度函數 (probability density function) 為 $f_Y(y) = \underline{(1)}$ 。若 ρ_{XY} 為 X 與 Y 的相關係數 (correlation coefficient)，則 $\rho_{XY} = \underline{(2)}$ 。令 $Z \sim N(0,1)$ 且與 X 相互獨立，則 Z 與 Y 的交叉動差 (cross moment) 為 $E[ZY] = \underline{(3)}$ 。若我們以 $\Phi(z)$ 表示 Z 的累積分配函數 (cumulative distribution function) 並以其將 Z 進行函數轉換而獲得新的隨機變數 W ，即 $W = \Phi(Z)$ ，則我們可計算出 $E[W] = \underline{(4)}$ 。給定一實數值 $b \neq 0$ ，則 $\text{var}(Z) \underline{(5)} E[(Z - b)^2]$ ，此空格請填寫 $<$ 或 $\leq$ 或 $\geq$ 或 $>$ 或 $=$ 或無法判定。另一方面，令 $V = X/|Z|$ ，則其所服從的分配為 $\underline{(6)}$ ，此空格請寫下其分配名稱或該分配常用的符號 (若其包含參數，則須寫下該參數值為何)。
2. (20%) 假設 $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ 為來自 $N(\theta, 1)$ 的隨機樣本 (random sample)，其中 θ 為未知參數。欲估計未知參數 θ ，我們可應用最大概似估計法 (maximum likelihood estimation)。令 $L(\theta)$ 為其概似函數 (likelihood function)，則 $L(\theta) = \underline{(7)}$ 。若 $\tilde{\theta}$ 為 θ 的最大概似估計式 (maximum likelihood estimator)，則我們可計算出其期望值與變異數分別為 $E[\tilde{\theta}] = \underline{(8)}$ 和 $\text{var}(\tilde{\theta}) = \underline{(9)}$ 。另一方面，假設 $\hat{\theta}$ 為 θ 的不偏估計式 (unbiased estimator) 而 U 為一個統計量 (statistic)，則我們可獲得 $\text{var}(\hat{\theta}) \underline{(10)} \text{var}(E[\hat{\theta}|U])$ ，此空格請填寫 $<$ 或 $\leq$ 或 $\geq$ 或 $>$ 或 $=$ 或無法判定。

國立中正大學 114 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：統計學

本科目共 2 頁 第 2 頁

系所組別：經濟學系國際經濟學-乙組

第二部分：計算問答說明題（50 分）

注意事項：答案請詳細說明理由或計算過程，僅回答數字未加以說明不予計分。

3. (30%) 給定 5 筆觀察值：

i	y_i	x_i
1	4	2
2	5	4
3	1	3
4	2	5
5	3	1

並考慮下列三個線性迴歸模型（ u_i, v_i, e_i 皆代表誤差項）：

(I) $y_i = \alpha + \beta x_i + u_i$

(II) $y_i = \gamma x_i + v_i$

(III) $y_i = \delta + e_i$

(a) 試求 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 的最小平方法 (ordinary least squares, OLS) 估計值 $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}, \hat{\delta}$ 。(20%)

(b) 在 (I), (II), (III) 這三個模型中，哪一個模型的判定係數 R^2 最大？(10%)

提示： $0 \leq R^2 \leq 1$ 僅在帶有截距項的線性迴歸模型中成立。

4. (20%) 考慮以下迴歸模型及估計結果：

$$wage = \beta_0 + \beta_1 educ + \beta_2 pareduc + \beta_3 educ \cdot pareduc + \varepsilon$$

$$\widehat{wage} = 216.9 + 38.79 educ + 5.901 pareduc - 0.365 educ \cdot pareduc$$

(361.5) (17.24) (16.80) (1.168)

$$n = 193, \quad R^2 = 0.125$$

其中 $wage$ 為薪資， $educ$ 為本身教育程度， $pareduc$ 為父母教育程度，括弧內數字為標準誤。

(a) 欲檢定本身或父母教育程度是否與薪資有關，請用迴歸模型寫下虛無假設，並利用估計結果計算 F 統計量。(10%)

(b) 欲檢定本身教育程度對薪資的影響是否與父母教育程度有關，請用迴歸模型寫下虛無假設，並利用估計結果計算 t 統計量。該 t 檢定在 5% 顯著水準下是否拒絕虛無假設？(10%)