

國立中山大學 114 學年度 碩士班考試入學招生考試試題

科目名稱：微積分【海科系碩士班乙組選考】

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，後果由考生自負。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶書籍、紙張（應考證不得做計算紙書寫）、具有通訊、記憶、傳輸或收發等功能之相關電子產品或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 114 學年度碩士班考試入學招生考試試題

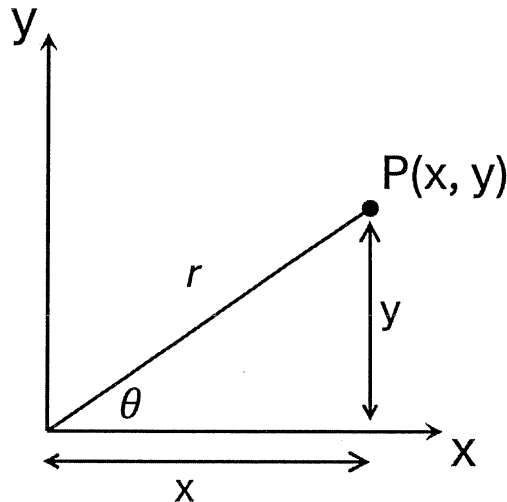
科目名稱：微積分【海科系碩士班乙組選考】

題號：458005

※本科目依簡章規定「不可以」使用計算機(問答申論題)

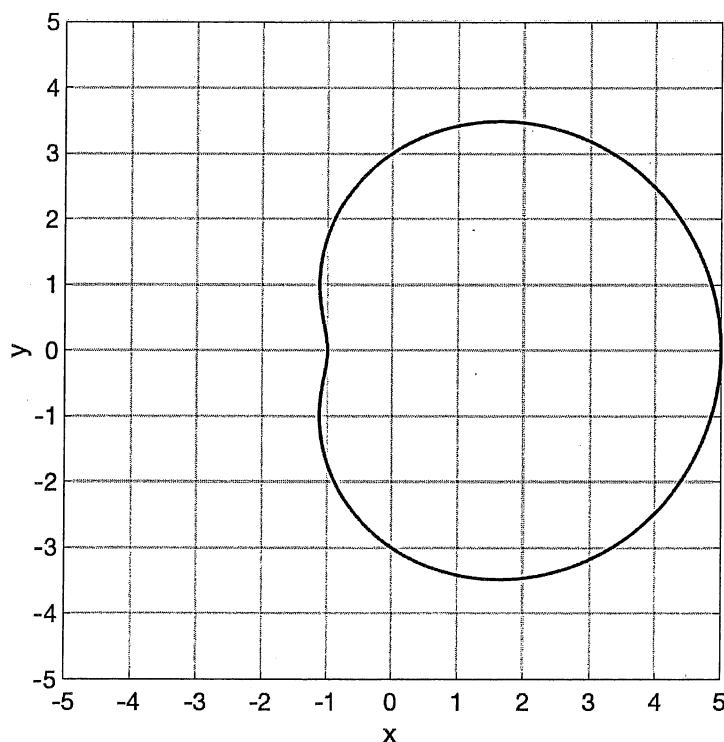
共 2 頁第 1 頁

1.(30%) The Cartesian and polar coordinates for the point P can be described by the following figure,



Here x is the horizontal length from the origin and y is the vertical distance. And r is the length between the Point P and the origin, and θ is the angle measured counterclockwise from the positive x -axis to the line connecting the Point P to the origin.

The figure below shows the contour line (see black line) in a form of $r = 3 + 2\cos\theta$, with $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Please compute the area bounded by this contour line.



國立中山大學 114 學年度碩士班考試入學招生考試試題

科目名稱：微積分【海科系碩士班乙組選考】

題號：458005

※本科目依簡章規定「不可以」使用計算機(問答申論題)

共 2 頁第 2 頁

2.(10%) Please compute $\frac{d}{dx}[2(3^x) + 5e^x]$.

3.(10%) Please compute the integral $\int_0^3 \int_y^3 e^{x^2} dx dy$.

4.(10%) Please compute the integral $\int x^2 e^{-x} dx$.

5.(10%) Please use the fundamental theorem of calculus and compute the integral $\int_{-1}^1 3xe^{(x^2-1)} dx$.

6.(15%) Let $u_1 = a_1 \cos \sigma t + b_1 \sin \sigma t$ and $u_2 = a_2 \cos \sigma t + b_2 \sin \sigma t$.

Then let $u_+ = \frac{1}{2}[(a_1 + b_2) + i(a_2 - b_1)]$ and $u_- = \frac{1}{2}[(a_1 - b_2) + i(a_2 + b_1)]$.

Note that $i = \sqrt{-1}$.

Please provide your derivation showing that

$$u_1 + iu_2 = u_+ e^{i\sigma t} + u_- e^{-i\sigma t}$$

7.(15%) Let $\vec{A}$ is a vector field. And φ and Φ are scalar fields. The following two relations hold.

$$\nabla \times (\varphi \vec{A}) = \varphi \nabla \times \vec{A} + \nabla \varphi \times \vec{A}$$

$$\nabla \left(\frac{\varphi}{\Phi} \right) = \frac{\Phi \nabla \varphi - \varphi \nabla \Phi}{\Phi^2}$$

Now ρ and p are two scalar fields, please use the above relations and provide your derivation showing that

$$-\nabla \times \left(\frac{1}{\rho} \nabla p \right) = \frac{\nabla \rho \times \nabla p}{\rho^2}$$