

系所別：環境與安全衛生工程系

組別：乙組

考科代碼：1123

考科：微積分

注意事項：

- 1、本科目得使用本校提供之電子計算器。
- 2、請於答案卷上規定之範圍作答，違者該題不予計分。

1. 試求出 $\frac{dy}{dx}$ ：

(a) $y = \sqrt{3 + \sqrt{3 + \sqrt{x}}}$ (5%)

(b) $x \sin y = y \cos x$ (5%)

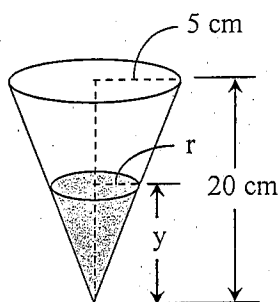
(c) $y = (x - 2)^{x+1}$ (5%)

2. 假設液體要自高 20 cm，上方半徑 5 cm 之圓錐形過濾器中流出，如下圖所示。並假設液體自此圓錐形過濾器中流出之流量固定為 $2 \text{ cm}^3/\text{min}$ 。

(a) 請導出一公式以深度(y) 表示液體深度之變化率 (即 dy/dt , t 為時間)。 (8%)

(b) 當液體於此圓錐形過濾器中的深度為 10 cm 時，液體深度的變化率為多少？ (4%)

(提示：圓錐形體積 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 y$)



3. 試求下列不定積分：

(a) $\int \frac{-x}{(x+1)\sqrt{x+1}} dx$ (7%)

(b) $\int \cos \sqrt{x} dx$ (8%)

(c) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 6x + 5}} dx$ (7%)

(d) $\int \frac{e^{2x}}{16e^{4x} - 1} dx$ (8%)

4. 請以牛頓法求出方程式 $x^3 + x - 1 = 0$ 之實數解 (誤差值小於 0.001 即可)。 (10%)

5. 請找出曲線 $y = \sqrt{x}$ ，在 $0 \leq x \leq 3$ 上最靠近及最遠離 $(2, 0)$ 的座標點。 (10%)

6. 若人體之呼吸循環中肺臟內空氣量(V)與時間(t)呈現一函數關係，即

$V = 0.1729t + 0.1522t^2 - 0.0374t^3$ ，並且每個呼吸循環約需 5 秒之時間，試問在一個呼吸循環過程中肺臟內平均之空氣量多少公升？(V 之單位為公升；t 之單位為秒) (5%)

7. 請求出函數 $y = 4 - \frac{x^2}{4}$ 與 $y = 2$ 所圍成之區域繞 x 軸旋轉所成的物體體積。 (10%)

8. 請利用不等式 $\frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^{10}} + \frac{1}{x^{15}} < \frac{1}{x^5 - 1} < \frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^{10}} + \frac{2}{x^{15}}$ (for $x \geq 2$)，求出 $\int_2^{\infty} \frac{2}{x^5 - 1} dx$ 之近似值 (誤差值小於 0.001 即可)。 (8%)