

國立高雄第一科技大學 101 學年度 碩士班 招生考試 試題紙

系所別：環境與安全衛生工程系

組別：甲組

考科代碼：1121

考科：工程數學

注意事項：

- 1、本科目得使用本校提供之電子計算器。
- 2、請於答案卷上規定之範圍作答，違者該題不予計分。

1.  $(x^2 + y^2)dx - xydy = 0$  (10%)
2.  $(x^2 + y^2 - 9)y' - 2xy = 0$  (10%)
3.  $y'' - 2y' + y = e^x + x$  (10%)
4.  $y'' + 2y = g(x); y(0) = 0, y'(0) = 0$  (10%)

$$\text{其中 } g(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x \leq 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$

5. 求以下矩陣 A 的特徵值(eigenvalue)與特徵向量(eigenvector) (10%)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -5 \\ 4 & -1 & -5 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

6. 已知： $f(x) = |x|, |x| < \pi$  且  $f(x + 2\pi) = f(x)$ ，試求函數  $f(x)$  的 Fourier 級數 (10%)

7. 試求下列函數  $g(x)$  的 Fourier 轉換，並利用其結果計算  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \omega}{\omega^2} d\omega$  之值 (20%)

$$g(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$$

8. 在危害風險評估的應用上，設備元件的可靠度是極其重要的資料。顯然，設備元件的使用壽命(年)是一種隨機變量(記為  $T$ )，令  $F(t)$  為  $T$  的累積分配函數(i.e.  $F(t) = \Pr\{0 \leq T < t\}$ ) = 該類元件使用壽命小於  $t$  的機率；令  $\lambda$  為該類元件的年平均失誤率(故障次數/年)，則在時間  $[t, t + \Delta t)$  區間內該類元件平均失誤次數為：

$$\lambda \Delta t = \frac{(F(t + \Delta t) - F(t))N_0}{(1 - F(t))N_0} = \frac{(F(t + \Delta t) - F(t))}{(1 - F(t))}, \text{ 其中 } N_0 \text{ 為考慮元件的總數目}$$

當  $\Delta t \rightarrow 0$  時，可得  $\lambda(1 - F(t)) = F'(t)$  的一階常微分方程式，(1) 請列出該常微分方程式的起始條件並解出  $F(t)$ ；(2) 假設使用於可燃物的儲槽發生小規模洩漏的年平均失誤率為 0.05 (次/年)，請問該類型儲槽 10 年內不發生洩漏的機率為多少(四捨五入後，取四位小數)。(20%)