

國立中正大學

114 學年度碩士班招生考試

試題

[第4節]

科目名稱	線性代數與微分方程
系所組別	電磁晶片組 電機工程學系- 計算機工程組 電力與電能處理甲組

—作答注意事項—

※作答前請先核對「試題」、「試卷」與「准考證」之系所組別、科目名稱是否相符。

1. 預備鈴響時即可入場，但至考試開始鈴響前，不得翻閱試題，並不得書寫、畫記、作答。
2. 考試開始鈴響時，即可開始作答；考試結束鈴響畢，應即停止作答。
3. 入場後於考試開始 40 分鐘內不得離場。
4. 全部答題均須在試卷（答案卷）作答區內完成。
5. 試卷作答限用藍色或黑色筆（含鉛筆）書寫。
6. 試題須隨試卷繳還。

國立中正大學 114 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：線性代數與微分方程

本科目共 2 頁 第 1 頁

系所組別：電機工程學系-電磁晶片組、計算機工程組、電力與電能處理甲組

線性代數 (每一題 10 分)

1. (10%) A matrix B is said to be a square root of a matrix A if $BB=A$. (1) Find square roots of $A = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 10 \end{bmatrix}$. (2) Prove that for a 2×2 matrix A whose determinant is negative, then A has no real square root.

2. (10%) Show that the following matrices form a basis for M_{22} .

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -8 \\ -12 & -2 \end{bmatrix}$$

3. (10%) Are there values of r and s for which

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r-2 & 2 \\ 0 & s-1 & r+2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

has rank 1? Has rank 2? Has rank 3? Has rank 4?

4. (10%) Find a matrix S such that $S^2 = A$, given that $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$

5. (10%) In R^3 , consider the line l given by the equations

$$x = -1, y = t, z = -t$$

and the line m given by the equations

$$x = 2s, y = 1 + s, z = s$$

Let P be a point on l and Q be a point on m , find the values of t and s such that $\|P - Q\|^2$ is minimized.

微分方程 (每一題 10 分)

6. 利用 Laplace Transform 求解以下 IVP 問題。(10%)

$$y'' + 4y' + 13y = \delta(t - \pi) + \delta(t - 3\pi), \\ y(0) = 1, y'(0) = 0$$

國立中正大學 114 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：線性代數與微分方程

本科目共 2 頁 第 2 頁

系所組別：電機工程學系-電磁晶片組、計算機工程組、電力與電能處理甲組

7. 利用 Euler's method 計算 $y(0.2)$ 之近似值， $y(x)$ 為以下 IVP 問題之解。

$$y'' + xy' + y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

使用步階大小(step size)為 $h=0.1$ 。(10%)

8. 利用參數變異法(Variation of Parameters)求解以下 IVP 條件為 $y(0)=1$ ， $y'(0)=0$ 的問題。(10%)

$$y'' - 4y' + 4y = (12x^2 - 6x)e^{2x}$$

9. 求解以下 IVP 問題。(10%)

$$\mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \mathbf{X}, \quad \mathbf{X}(0) = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \end{pmatrix}$$

10. 利用 Laplace Transform 求解以下 IVP 問題。(10%)

$$y'' + 16y = f(t), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1, \text{ where}$$

$$f(t) = \begin{cases} \cos 4t, & 0 \leq t < \pi \\ 0, & t \geq \pi \end{cases}$$