

國立中正大學

114 學年度碩士班招生考試

試題

[第3節]

科目名稱	微積分
系所組別	數學系
	數學系應用數學

—作答注意事項—

※作答前請先核對「試題」、「試卷」與「准考證」之系所組別、科目名稱是否相符。

1. 預備鈴響時即可入場，但至考試開始鈴響前，不得翻閱試題，並不得書寫、畫記、作答。
2. 考試開始鈴響時，即可開始作答；考試結束鈴響畢，應即停止作答。
3. 入場後於考試開始 40 分鐘內不得離場。
4. 全部答題均須在試卷（答案卷）作答區內完成。
5. 試卷作答限用藍色或黑色筆（含鉛筆）書寫。
6. 試題須隨試卷繳還。

國立中正大學 114 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：微積分

本科目共 2 頁 第 1 頁

系所組別：數學系

數學系應用數學

1. (12 pts) Let $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{if } x \neq 0 \\ 1 & \text{if } x = 0 \end{cases}$ and define $\text{Si}(x) = \int_0^x f(t)dt$. Evaluate the limit $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{Si}(x) - x}{x^3}$.

Hint: Use Fundamental Theorem of Calculus $\frac{d}{dx} \int_0^x g(t)dt = g(x)$.

2. (12 pts) Find the equations of tangent lines to the graph of $f(x) = x^3 - x$ that passes through the point $(-2, 2)$.

3. (12 pts) Evaluate the following integrals

a. (6 pts) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x dx$. b. (6 pts) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^2 \sqrt{4x+1}}$.

4. (12 pts) Let $p \in \mathbb{R}$. Determine values of p such that $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n^p}$ converges in three cases a. (4 pts) $p \in (-\infty, 0]$; b. (4 pts) $p \in (0, 1]$; c. (4 pts) $p \in (1, \infty)$.

5. (14 pts) Let $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$.

- a. (4 pts) Let $k \in \mathbb{N}$, find $f^{(k)}(x)$.
b. (5 pts) Find the Maclaurin series (Taylor series centered at 0) of $f(x)$.
c. (5 pts) Determine the radius of convergence to the Maclaurin series.