

國立中山大學 114 學年度 碩士班考試入學招生考試試題

科目名稱：微積分【應數系碩士班乙組】

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，後果由考生自負。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶書籍、紙張（應考證不得做計算紙書寫）、具有通訊、記憶、傳輸或收發等功能之相關電子產品或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 114 學年度碩士班考試入學招生考試試題

科目名稱：微積分【應數系碩士班乙組】

題號：424005

※ 本科目依簡章規定「不可以」使用計算機(問答申論題)

共 1 頁第 1 頁

計算題：共 8 題，子題分數平均分配。答題時，每題都必須寫下題號與詳細步驟。

[1]. (12%) State the following three definitions

- (a) $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ (the limit of a function)
- (b) $f'(x)$ (the derivative of a function)
- (c) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$ (the limit of a sequence)

[2]. (12%) Evaluate the following limits.

- (a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} \int_1^x \ln(e^{6t-5}) dt$
- (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \cos\left(\frac{k\pi}{2n}\right) \frac{\pi}{n}$

[3]. (14%) Evaluate the following integrals

- (a) $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{x+1}} + xe^x dx$
- (b) $\int_0^\pi \sin x \cos^2 x dx$

[4]. (12%) Let $f(x) = \cos^2 x + \frac{1}{\sqrt{x+1}} + \int_0^x 5^t dt$. Find $f'(x)$ and $f''(x)$.

[5]. (10%) Find the relative maximum and relative minimum for $f(x) = 7x^3 - 3x^7 + 7$.

[6]. (12%) Find the interval of convergence for the power series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n} (5x-1)^n$.

[7]. (12%) Let $f(x, y) = e^{-x^2+3y^2}$.

Find the equation of the tangent plane at the point $(-2, 1)$.

[8]. (16%) Let $a, b > 0$. Use any method in calculus to show that

- (a) the area of an ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ is πab .
- (b) the volume of a sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ is $\frac{4}{3}\pi a^3$

===== 全卷完 =====