

# 國立中山大學 114 學年度 碩士班考試入學招生考試試題

科目名稱：基礎數學【應數系碩士班甲組】

## 一作答注意事項一

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，後果由考生自負。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶書籍、紙張（應考證不得做計算紙書寫）、具有通訊、記憶、傳輸或收發等功能之相關電子產品或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

# 國立中山大學 114 學年度碩士班考試入學招生考試試題

科目名稱：基礎數學【應數系碩士班甲組】

題號：424001

※本科目依簡章規定「不可以」使用計算機(問答申論題)

共 1 頁 第 1 頁

1. (15%) Evaluate  $\lim_{t \rightarrow 0} \left\{ \int_0^1 [bx + a(1-x)]^t dx \right\}^{1/t}$  where  $0 < a < b$ .
2. (15%)  $(a_n)$  is the sequence with  $a_0 = a_1 = 1$  and  $n(n-1)a_n = (n-1)(n-2)a_{n-1} - (n-3)a_{n-2}$  for  $n \geq 2$ . Evaluate  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$
3. (10%) Evaluate  $\int_0^{\infty} \frac{\tan^{-1}(\pi x) - \tan^{-1}x}{x} dx$
4. (15%) Compute  $\int_{-1}^{\infty} \left( \frac{x^4}{1+x^6} \right)^2 dx$
5. (15%) Let  $F = \mathbb{R}$  or  $\mathbb{C}$  and let  $T$  be the linear transformation from  $F^3$  to  $F^3$  defined by  $T(z_1, z_2, z_3) = (2z_2, 0, 5z_3)$ . Find all eigenvalues and eigenvectors of  $T$ .
6. (15%) Let  $W$  be the subspace of  $\mathbb{R}^4$  spanned by  $(1, 2, 3, -4)$  and  $(-5, 4, 3, 2)$ . Find an orthonormal basis of  $W$  and an orthonormal basis of the orthogonal complement of  $W$ .
7. (15%) Let  $W$  be the subspace of  $\mathbb{R}^4$  spanned by  $(1, 1, 0, 0)$  and  $(1, 1, 1, 2)$ . Find  $w$  in  $W$  such that the distance between  $w$  and  $(1, 2, 3, 4)$  is minimized.