

國立臺灣師範大學 113 學年度碩士班招生考試試題

科目：微積分

適用系所：全球經營與策略研究所

注意：1.本試題共 1 頁，請依序在答案卷上作答，並標明題號，不必抄題。2.答案必須寫在指定作答區內，否則依規定扣分。

1. (10 分) 請判斷 $f(x, y) = 1 - (x^2 + y^2)^{\frac{1}{3}}$ 的相對極值。
2. (20 分) 令 $f(x, y) = e^{-(x^2 + y^2 - 4y)}$ ，試以二階檢定法檢查其極值性質。
3. (20 分) 以二階檢定法判斷函數 $f(x) = -3x^5 + 5x^3$ 的反曲點和相對極值。
4. (各 10 分，共 30 分) 求以下 3 題之定積分
 - (1) $\int_2^6 x \ln(2x-3) dx$
 - (2) $\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{3-x}} dx$
 - (3) $\int_0^4 \frac{1}{(x-3)^2} dx$
5. (各 5 分，共 10 分) 請將以下兩個極限寫成定積分
 - (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[\left(\frac{1}{n}\right)^4 + \left(\frac{2}{n}\right)^4 + \dots + \left(\frac{n}{n}\right)^4 \right]$
 - (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n}}{\sqrt{n^3}}$
6. (10 分) 請問 $\int_0^1 x^m (1-x)^n dx = \int_0^1 (1-x)^m x^n dx$ 是否為真？