

國立臺灣師範大學 113 學年度碩士班招生考試試題

科目：工程數學

適用系所：機電工程學系

注意：1.本試題共 2 頁，請依序在答案卷上作答，並標明題號，不必抄題。2.答案必須寫在指定作答區內，否則依規定扣分。

【試題 1】(15 分)

To solve $xy' = y^2 + y$, $y(2) = 4$

【試題 2】(15 分)

To solve $(x^2 D^2 + 2xD - 6I)y = 0$, $y(1) = 0.5$, $y'(1) = 1.5$

【試題 3】(15 分)

Solve the initial value problem using Laplace transform method:

$$\begin{cases} y_1' = -2y_1 + 3y_2 \\ y_2' = 4y_1 - y_2 \end{cases}, \quad y_1(0) = 4, \quad y_2(0) = 3$$

【試題 4】(15 分)

For which values of a and b do the following system have:

- (a) No solution.
- (b) A unique solution.
- (c) Infinitely many solutions.

$$\begin{cases} 2x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + 3y + az = 5 \\ 3x + 4y + 5z = b \end{cases}$$

國立臺灣師範大學 113 學年度碩士班招生考試試題

【試題 5】(20 分)

$f = x^4 + y^2 + z$, $\vec{v} = (x + y)^2 \vec{i} + z^2 \vec{j} + 2yz \vec{k}$, where $\vec{i}, \vec{j}$ and $\vec{k}$ are unit vectors. Find

- (a) ∇f at $(4, -1, 3)$;
- (b) $\nabla^2 f$;
- (c) $\vec{v} \cdot \nabla f$;
- (d) $\text{curl } \vec{v}$;
- (e) Directional derivative $D_{\vec{v}} f$ at $(3, 0, 2)$

【試題 6】(20 分)

- (a) Find the Fourier series of the following periodic function

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{if } -\pi < x < 0 \\ 1 & \text{if } 0 < x < \pi \end{cases} \quad \text{and } f(x + 2\pi) = f(x)$$

- (b) $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots = ?$