

國立中央大學 113 學年度碩士班考試入學試題

所別： 財務金融學系 碩士班 乙組(一般生)

第 1 頁 / 共 2 頁

科目： 數理統計

* 本科考試禁用計算器

計算題應詳列計算過程，無計算過程者不予計分

1. 一辦公室有 10 個員工，其中 3 男 7 女，經理自其中隨機挑 4 人參加一短期訓練班以改進工作效率。

(a) 求男、女員工被抽中的人數均等的機率。(5%)

(b) 求被抽中女員工多於男員工的機率。(5%)

2. 令 X 為一離散隨機變數，其機率質量函數 (probability mass function, pmf) 為

$$P_X(x) = \begin{cases} \frac{4}{31} \left(\frac{1}{2}\right)^x, & x = -2, -1, 0, 1, 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求 $Y = |X|$ 之 pmf? (10%)

3. 設 X 與 Y 為兩個離散隨機變數其聯合機率質量函數 pmf 為

$$P_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} c \left(\frac{2^{x+y}}{x!y!}\right), & x = 0, 1, 2, \dots; y = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

(a) 求 c 使 $P_{X,Y}(x,y)$ 為一良好定義之 pmf。(5%)

(b) 分別求 X 與 Y 之邊際分配。(10%)

4. 令 X_1, X_2 為兩隨機變數，且這兩個隨機變數服從同樣的分配，其 pdf 為

$$f_X(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

令 $Y_1 = \min\{X_1, X_2\}$, $Y_2 = \max\{X_1, X_2\}$ 。

(a) 分別求 Y_1, Y_2 之 pdf。(10%)

(b) 求 (Y_1, Y_2) 之聯合分配。(10%)

(c) 求全距 $R = Y_2 - Y_1$ 之分配。(10%)

注意：背面有試題

國立中央大學 113 學年度碩士班考試入學試題

所別： 財務金融學系 碩士班 乙組(一般生)

第 2 頁 / 共 2 頁

科目： 數理統計

* 本科考試禁用計算器

5. 設 X_1, X_2, \dots, X_n 為一組母體分配為 $f_X(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

， $(\theta > 0)$ ，所抽出的隨機樣本，分別求：

(a) θ 之動差估計元， $\hat{\theta}_{MME}$ 。 (5%)

(b) θ 之最大概似估計元， $\hat{\theta}_{MLE}$ 。 (5%)

6. 設 X_1, X_2, \dots, X_n 為一組來自指數分配 $Exp(\theta)$ 之隨機樣本，其 pdf 為

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

若樣本數 $n \geq 30$ ，試求參數 θ 之近似 $100(1-\alpha)\%$ 信賴區間。(5%)

7. 給以下 $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^7$ 成對資料，

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|----|----|----|----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| y | 3 | 5 | 8 | 10 | 10 | 12 | 15 |

假設此資料來自一簡單線性迴歸模型：

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(0, \sigma^2), \quad i = 1, 2, \dots, 7.$$

$N(0, \sigma^2)$ 為期望值為 0，標準差為 σ 的常態分配。

(a) 試計算此資料之樣本迴歸線，並繪此資料之散佈圖及樣本迴歸線於同一圖。(10%)

(b) 以 $\alpha=0.05$ ，作 $H_0: \beta_1 = 0$ v.s. $H_0: \beta_1 \neq 0$ 之假設檢定。(5%)

(c) 試計算此模型之判定係數，並解釋其含意。(5%)

注意：背面有試題