

# 國立成功大學

## 113學年度碩士班招生考試試題

編 號：283

系 所：環境醫學研究所

科 目：微積分

日 期：0202

節 次：第 3 節

備 註：不可使用計算機

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機。請於答案卷(卡)作答，於本試題紙上作答者，不予計分。

1. (40%) Evaluate the following limits:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos^2 x - 1) \sin x}{x^2}$ .

(b)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x]^2 - [x^2]}{x^2 - 1}$ .

(c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + [x]}{5x - 6}$ .

(d)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2n}} + \frac{1}{\sqrt{n^2 + 4n}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2n^2}} \right)$ .

2. (10%) If  $a_k > 0$ , for any  $k \in \mathbb{N}$ , and  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  converges, prove that  $\sum_{k=1}^{\infty} \ln(1 + a_k)$  converges.

3. (10%) Using  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(x-\mu)^2} dx = 1$ , find  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(x-\mu)^2} dx$ .

4. (10%) Let  $g(x, y) = \int_0^{x^2 + \ln y} \cos t^3 dt$ . Find  $\frac{\partial g}{\partial x}$  and  $\frac{\partial g}{\partial y}$ .

5. (10%) Let  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  be a function. Assume that  $f$  is differentiable at 0 and  $a, b, c \neq 0$ . Find  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(ax) - f(bx)}{cx}$ .

6. (10%) Evaluate the iterated integral  $\int_0^1 \int_x^1 \tan^{-1} y dy dx$ .

7. (10%) Let  $K = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ . Find the double integral  $\iint_K \cos(x^2 + y^2) dx dy$ .