

國立臺北科技大學 112 學年度碩士班招生考試

系所組別：2220 電子工程系碩士班乙組

第一節 機率 試題

第 1 頁 共 2 頁

注意事項：

1. 本試題共六大題，共 100 分。
2. 不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在答案卷上。
3. 全部答案均須在答案卷之答案欄內作答，否則不予計分。

一、有一款 X 疾病的快篩試劑，其快篩陽性的人有 0.8 的機率是真的感染 X 疾病，0.2 的機率沒有感染；其快篩陰性的人有 0.9 的機率是真的沒有感染 X 疾病，0.1 的機率有感染。現在使用試劑於一城市的居民中，發現居民有 0.4 的機率快篩陽性，0.6 的機率快篩陰性。

- (一) 請問城市中的居民感染 X 疾病的機率為何？ (8%)
- (二) 請問城市中一位沒有感染 X 疾病的居民，其篩出陽性的機率為何？ (7%)

二、X 為離散隨機變數 (discrete random variable)，其機率分布 (probability distribution) 函數 $f(x)$ 如下：

x	-1	2	3
$f(x)$	1/6	1/3	1/2

- (一) 求 X 的期望值 $E[X]$ 。 $E[\cdot]$ 代表期望值 (expected value)。 (5%)
- (二) 求 X 的變異數 $\text{Var}[X]$ 。 $\text{Var}[\cdot]$ 代表變異數 (variance)。 (5%)
- (三) 求 $E[X^2]$ 。 (5%)
- (四) 令 $Y = (4X + 1)^2$ ，求 $E[Y]$ 。 (5%)

三、假設一台飛機的每個引擎壞掉的事件為獨立無關 (independent) 的事件，且每一趟飛行每一個引擎壞掉的機率都一樣是 0.04。一台飛機只要還有半數或半數以上的引擎維持運作(沒有壞掉)，飛機就能平安降落。

- (一) 請問一台雙引擎飛機一趟飛行能平安降落的機率。 (7%)
- (二) 請問一台四引擎飛機一趟飛行能平安降落的機率。 (8%)

四、X 及 Y 為離散隨機變數，他們的聯合機率分布 (joint probability distribution) $f(x, y)$ 如下：

		x		
	$f(x, y)$	1	2	3
y	1	0.05	0.05	0.1
	2	0.05	0.1	0.35
	3	0	0.2	0.1

- (一) 求隨機變數 X 的邊際機率分布 (marginal probability distribution)。 (5%)
- (二) 求機率 $P(X + Y = 4)$ 。 (5%)
- (三) 求條件機率 (conditional probability) $f(X = 2|Y = 3)$ 。 (5%)
- (四) 求條件期望值 (conditional expected value) $E[X|Y = 3]$ 。 (5%)

五、X 為高斯隨機變數 (Gaussian random variable)，其期望值為 3，變異數為 4。令 $Y = X/5 + 3$ 。

- (一) Y 的機率分布為何種機率分布？ (5%)
- (二) Y 的期望值為何？ (5%)
- (三) Y 的變異數為何？ (5%)

六、有一個離散隨機變數 X 其期望值為 3，變異數為 4。此隨機變數獨立無關地做 400 次實驗，實驗結果分別為 X_1, X_2, \dots, X_{400} 。令 $\bar{X} = (X_1 + X_2 + \dots + X_{400})/400$ 為 400 次實驗的平均值。

- (一) 求 \bar{X} 的期望值。 (5%)
- (二) 求 \bar{X} 的變異數。 (5%)
- (三) 利用中央極限定理 (central limit theorem) 求機率 $P(\bar{X} \leq 2.8)$ 的近似值。 (5%)

下頁中有 normalized Gaussian distribution 的 cumulative distribution function (CDF)

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx$$

的值

注意：背面尚有試題



$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx$$

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990