

國立中正大學

112 學年度碩士班招生考試

試題

[第 2 節]

科目名稱	微積分
系所組別	經濟學系國際經濟學

— 作答注意事項 —

※作答前請先核對「試題」、「試卷」與「准考證」之系所組別、科目名稱是否相符。

1. 預備鈴響時即可入場，但至考試開始鈴響前，不得翻閱試題，並不得書寫、畫記、作答。
2. 考試開始鈴響時，即可開始作答；考試結束鈴響畢，應即停止作答。
3. 入場後於考試開始 40 分鐘內不得離場。
4. 全部答題均須在試卷（答案卷）作答區內完成。
5. 試卷作答限用藍色或黑色筆（含鉛筆）書寫。
6. 試題須隨試卷繳還。

國立中正大學 112 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：微積分

本科目共 2 頁 第 1 頁

系所組別：經濟學系國際經濟學

填充題（每格 5 分，共 100 分）

注意事項：

- (1) 此部分不須計算過程。
- (2) 此部分請不要使用「選擇題作答區」作答。
- (3) 此部分請自行於作答區第一頁製作如下的填充題作答區：

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
(16)	(17)	(18)	(19)	(20)

1. 請找出函數 $f(x) = 2 - 4x + 6x^2 - 4x^3 + x^4$ 的臨界點 (critical point) $x^* =$ (1) 並判斷此時的函數值 $f(x^*)$ 為 (2) (此空格請填寫相對極大、相對極小、以上皆非或無法判定)。
2. 請計算 $\frac{d}{dx} \left[10^{\left(x + \frac{1}{x}\right)} \right] =$ (3) 與 $\frac{d}{dx} \left[\log_{10}(e^{x^2+1}) \right] =$ (4) [提示： $\log_a b = (\log_a c)(\log_c b)$]。
3. 請判斷函數 $f(x, y, z) = 2x^2 + 3y^2 - z^2 + 6xy - 8xz - 2yz$ 為 (5) (此空格請填寫正定、負定、以上皆非或無法判定)。
4. 某產品的反需求函數為 $P = 100 + Q - Q^3$ ，請問該產品需求的價格彈性 $\left| \frac{dQ}{dP} \frac{P}{Q} \right| =$ (6)。
5. 在 IS-LM 模型中，IS 曲線來自商品市場均衡條件： $Y = C(Y - T(Y)) + I(r) + G_0$ ，其中所得 Y 與利率 r 為內生變數，政府支出 G_0 為外生變數，邊際消費傾向 $0 < C'(Y^d) < 1$ ，可支配所得 $Y^d = Y - T(Y)$ ，邊際稅率 $0 < T'(Y) < 1$ ，且投資為利率的遞減函數 $I'(r) < 0$ 。利用全微分，請找出 IS 曲線的斜率 $dr/dY =$ (7)，其正負號為 (8) (此空格請填寫正、負、以上皆非或無法判定)。
6. 承上題，LM 曲線來自貨幣市場均衡條件： $L(Y, r) = M_0$ ，其中貨幣需求 $L(Y, r)$ 為所得的遞增函數 $L_Y > 0$ 與利率的遞減函數 $L_r < 0$ ，貨幣供給 M_0 為外生變數。請找出 LM 曲線的斜率 $dr/dY =$ (9)，其正負號為 (10) (此空格請填寫正、負、以上皆非或無法判定)。

國立中正大學 112 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：微積分

本科目共 2 頁 第 2 頁

系所組別：經濟學系國際經濟學

7. 承上題，令 Y^* 和 r^* 分別為均衡所得與均衡利率。利用隱函數定理 (implicit function theorem)，請找出 $dY^*/dG_0 = \underline{\hspace{2cm}} (11)$ 與 $dr^*/dG_0 = \underline{\hspace{2cm}} (12)$ 。若假設貨幣需求受所得影響較利率大 $L_Y > -L_r$ ，則 $dY^*/dG_0 \underline{\hspace{2cm}} (13) \underline{\hspace{2cm}} dr^*/dG_0$ (此空格請填寫大於、小於、等於或無法判定)。
8. 某廠商打算用兩間工廠生產 100 件產品。令第一間工廠的產量為 q_1 而第二間工廠的產量為 q_2 ，其聯合生產函數為 $c(q_1, q_2) = q_1^2 + 4q_1 + 64q_2 + 1000$ 。請找出在總產量限制下的成本極小產量組合 $(q_1^*, q_2^*) = \underline{\hspace{2cm}} (14)$ 。若總產量增加 1 單位，最適成本會隨之增加 $\underline{\hspace{2cm}} (15)$ 。
9. 考慮準線性 (quasi-linear) 效用函數 $u(x_1, x_2) = \alpha_1 \ln x_1 + \alpha_2 x_2$ 與線性預算限制式 $p_1 x_1 + p_2 x_2 = w$ 。假設存在內解，請找出在預算限制下使效用極大之消費組合 $(x_1^*, x_2^*) = \underline{\hspace{2cm}} (16)$ 及間接效用函數 $v^* = u(x_1^*, x_2^*) = \underline{\hspace{2cm}} (17)$ 。
10. 承上題，請計算 $\frac{\partial v^*}{\partial p_1} = \underline{\hspace{2cm}} (18)$ ， $\frac{\partial v^*}{\partial p_2} = \underline{\hspace{2cm}} (19)$ ， $\frac{\partial v^*}{\partial w} = \underline{\hspace{2cm}} (20)$ 。[提示：透過 Roy's identity，可知 $x_i^* = -\frac{\partial v^*/\partial p_i}{\partial v^*/\partial w}$, $i = 1, 2$]。