

# 國立中正大學

## 112 學年度碩士班招生考試

# 試題

[第 3 節]

科目名稱	工程數學
系所組別	地球與環境科學系地震學
	地球與環境科學系

### —作答注意事項—

※作答前請先核對「試題」、「試卷」與「准考證」之系所組別、科目名稱是否相符。

1. 預備鈴響時即可入場，但至考試開始鈴響前，不得翻閱試題，並不得書寫、畫記、作答。
2. 考試開始鈴響時，即可開始作答；考試結束鈴響畢，應即停止作答。
3. 入場後於考試開始 40 分鐘內不得離場。
4. 全部答題均須在試卷（答案卷）作答區內完成。
5. 試卷作答限用藍色或黑色筆（含鉛筆）書寫。
6. 試題須隨試卷繳還。

國立中正大學 112 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：工程數學  
系所組別：地球與環境科學系地震學  
地球與環境科學系

本科目共 1 頁 第 1 頁

10% for each question. Solve for the following questions.

1.  $y'' - 14y' + 49y = 0$ , with  $y(0) = 1$  and  $y'(0) = 7$ .
2.  $y'' + 2y' + 3y = 0$ , with  $y(0) = 0$  and  $y'(0) = 7$ .
3.  $yy' + 49x = 0$ , with  $y(0) = 1$ . Make a plot for the solution.
4.  $4y'' + 12y' + 9y = -4e^{-1.5x}$ , with  $y(0) = 1$  and  $y'(0) = 0$ .
5. Given a matrix  $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ , determine its eigenvalues and eigenvectors.
6. Given an ODE system  $\mathbf{y}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{3}{4} & -2 \end{bmatrix} \mathbf{y}$ , find the general solution of  $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix}$ .
7. What is a phase plane, a trajectory, and a critical point(6%)? What is the benefit of using these (4%)?
8. Except for the trivial solution 0, find one solution of  $(1 - x^2)y'' - 2xy' + 12y = 0$ .
9. Find the reduced row echelon form of this matrix  $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -9 & 10 \\ 4 & \frac{3}{2} & 6 & 1 \end{bmatrix}$ .
10. Given a periodic function  $f(x)$  with the period of  $2\pi$ , its Fourier series can be represented as  $f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ . Show that  $b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx \, dx$ , where  $n$  is a positive integer.