

考試科目	微積分	系所別	科智所科管組	考試時間	2月5日(五)第2節
以下各題，每大題十分；請依序回答，並寫明計算的程序。					
1. 試求以下極限值：					
(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} 8n(\sqrt{n^2 + 1} - n)$					
(2) $\lim_{y \rightarrow 0} (1 + 2y)^{1/y}$					
2. 某速食店發現其每天套餐銷售的獲利方程式為 $P(x, y) = -0.006x^2 - 0.005y^2 - 0.002xy + 14x + 12y - 300$ ，其中 x 為招牌套餐每天的銷售數量， y 為精緻套餐每天的銷售數量，目前招牌套餐和精緻套餐每天的銷售量分別為 1000 份和 1500 份，請估算當招牌套餐每天銷售增加至 1050 份，而精緻套餐每天銷售減少至 1450 份時，該店每天的獲利會改變多少？					
3. 某慈善機構的年募款率預測為 $t\sqrt{2t^2 + 1}$ 百萬元， t 為從現在起算的年份，請計算該機構於兩年後所累積增加的募款有多少？(單位為百萬元，請四捨五入計算至小數點後第二位)					
4. 某製衣廠商估算，當生產 x 件大衣時，其邊際營收為每件 $200x^{-1/2}$ 元，而此時的邊際成本是每件 $0.4x$ 元。如果生產 25 件大衣時，該廠商的獲利為 2000 元，那麼當生產 64 件大衣時，該廠商的獲利會是多少？					
5. 某國家目前外籍醫護人員的比例為 30%，經估算每十年的成長率為 $R(t) = 5e^{1/(t+1)}$ ， t 代表從現在起算每十年，請計算十年後該國外籍醫護人員的比例會是多少？					
6. 求 $\int \ln(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}) dx$ 之方程式。					
7. 如果 $z = x^2y - \sqrt{y}$ ，而 $x = e^{2t}$ 且 $y = \cos t$ ，請問 $\frac{dz}{dt}$ 的方程式？					
8. 求 $y^2 = x^2(1 - x^2)$ 曲線所包圍之面積。					
9. 某廠商的生產函數為 $Q(X, Y) = 100X^{3/4}Y^{1/4}$ ，其中 X 為資本額，單位是萬元； Y 是勞動力，單位是工時。若每月的資本額在 10 萬元到 12 萬元之間變動，而每月的勞動力在 2700 至 3200 工時之間變動，試求該廠商每月之平均產量。(請四捨五入計算至小數點後第二位)					
10. 市場上某商品的需求量為 $D(t)$ ，每件價格為 $P(t)$ ，其需求方程式為 $D(t) = 48 - P(t) + 2P'(t)$ ，其中 t 為時間，而該商品於市場的供給量為 $S(t)$ ，每件價格亦為 $P(t)$ ，其供給方程式為 $S(t) = 30 + 2P(t) + 3P'(t)$ ，當市場達到均衡時，即需求量等於供給量，假設在 $t=0$ 時，每件商品價格為 10 元，則其均衡價格之方程式為何？若 $t \rightarrow \infty$ ，則每件商品價格是多少？					
備	註	一、作答於試題上者，不予計分。 二、試題請隨卷繳交。			