國立高雄師範大學 109 學年度碩士班招生考試試題

系所別：數學系

科　目：線性代數

※注意：1.作答時請將試題題號及答案依序寫在答案卷上，於本試題上作答者，不予計分。
2.答案卷限用藍、黑色筆作答，以其他顏色作答之部分，該題不予計分。

1. (10%)

試判斷下列哪一個集合是 R^3 的基底(Basis)？

(1) $\left\{[3,1,-2]^T,[6,2,-3]^T\right\}$

(2) $\left\{[1,1,-1]^T,[2,3,4]^T,[0,1,-1]^T,[4,1,-1]^T\right\}$

(3) $\left\{[1,3,-2]^T,[2,1,4]^T,[0,1,-1]^T\right\}$

(4) $\left\{[1,2,2]^T,[-1,2,1]^T,[0,8,6]^T\right\}$

2. (20%)

設有向量 $v_1=\begin{bmatrix}1+\lambda\\1\\1\end{bmatrix},v_2=\begin{bmatrix}1\\1+\lambda\\1\end{bmatrix},v_3=\begin{bmatrix}1\\1\\1+\lambda\end{bmatrix},v=\begin{bmatrix}0\\\lambda\\\lambda^2\end{bmatrix}$，試問

(1) λ 取何值時，v 可由 v_1,v_2,v_3 線性組合(Linear Combination)表示，且表示式唯一？

(2) λ 取何值時，v 可由 v_1,v_2,v_3 線性組合表示，且表示式不唯一？

(3) λ 取何值時，v 不可由 v_1,v_2,v_3 線性組合表示？

3. (20%)

設 A 為 3×3 實對稱矩陣，$\operatorname{rank}(A)=2$，且 $A\begin{bmatrix}1&1\\0&0\\-1&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1&1\\0&0\\1&1\end{bmatrix}$，試求 A 的所有特徵(Eigenvalue)與特徵向量(Eigenvector)。

4. (10%)

試舉例說明下列集合不是 $R^{3\times3}$ 的子空間(Subspace)。

$W_1=\left\{A\in R^{3\times3}\mid\det(A)=0\right\}$

（背面尚有試題）

系所別：數學系

科　目：線性代數

5.(20%)

設 A 是一個 3 階實係數對稱(Symmetric)方陣，且滿足 $A^6=I$，其中 I 為 3 階單位矩陣(Identity Matrix)，試證明 $A^2=I$。

6.(20%)

考慮下表，其中 T1，T2，T3 及 T4 皆為其上下左右相鄰四個值的平均。試求出 T1，T2，T3 及 T4 之值並詳述其計算過程。(以 a, b, c, d, e, f, g, h 表示)

	a	b	
c	T_1	T_2	d
e	T_3	T_4	f
	g	h	