

國立中正大學

109 學年度碩士班招生考試

試題

[第 1 節]

科目名稱	微積分
系所組別	經濟學系國際經濟學-乙組

—作答注意事項—

※作答前請先核對「試題」、「試卷」與「准考證」之系所組別、科目名稱是否相符。

1. 預備鈴響時即可入場，但至考試開始鈴響前，不得翻閱試題，並不得書寫、畫記、作答。
2. 考試開始鈴響時，即可開始作答；考試結束鈴響畢，應即停止作答。
3. 入場後於考試開始 40 分鐘內不得離場。
4. 全部答題均須在試卷（答案卷）作答區內完成。
5. 試卷作答限用藍色或黑色筆（含鉛筆）書寫。
6. 試題須隨試卷繳還。

國立中正大學 109 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：微積分

本科目共 1 頁 第 1 頁

系所組別：經濟學系國際經濟學-乙組

請回答下述問題（並詳述推理與計算過程）。

1. Let $F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ be a bounded real-valued function defined on some closed interval $[a, b]$, and let $c \in (a, b)$. Please write down the (ϵ, δ) -definition for the following statements:

- (1) $F(x)$ is continuous at $x = c$. (5pts.)
- (2) $F(x)$ is differentiable at $x = c$. (5pts.)

2. Test the convergence of the following series.

- (1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$. (10pts.)
- (2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-\frac{1}{2})^n$. (10pts.)
- (3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+5}$. (10pts.)

3. Find $\frac{dy}{dx}$ for each following equation:

- (1) $xy^2 + x^2 = 3x + y$. (5pts.)
- (2) $xy^2 = y^{2x}$. (5pts.)

4. Evaluate the following improper integrals:

- (1) $\int \frac{3}{2+e^x} dx$. (5pts.)
- (2) $\int x^2 \ln \sqrt{x} dx$. (5pts.)

5. Evaluate the following integrals:

- (1) $\int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$. (5pts.)
- (2) $\int_0^1 \frac{x^2}{x^3+1} dx$. (5pts.)

6. Find the Taylor approximation of order two for each following function at the given point:

- (1) $g(x) = e^{-x^2}$ at $x = 0$. (10pts.)
- (2) $G(x, y) = e^y \ln(x + y)$ at $(x, y) = (1, 0)$. (10pts.)

7. Find the maximal value of $g(x, y) = x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$ in the following set:

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}_+^2 \mid 2x + 2y \leq 5\}.$$

Moreover, what are the corresponding values of x^* and y^* such that $g(x^*, y^*)$ attains the maximal value? (10pts.)