

科目：統計學

適用：經濟系(經濟分析組)

考生注意：

1. 依次序作答，只要標明題號，不必抄題。
2. 答案必須寫在答案卷上，否則不予計分。
3. 限用藍、黑色筆作答；試題須隨卷繳回。

 本試題
共 / 頁
第 / 頁

編號：212

1. 若簡單迴歸模型為 $y_i = \beta x_i + e_i$, $i = 1, 2, 3, \dots, n$. 回答以下問題。

(1) 寫出該模型的所有假設條件。

(2) 導出 β 的最小平方估計式 $\hat{\beta}$ 。

(3) 在(1)的假設條件下，證明 $\hat{\beta}$ 是 β 的不偏估計式，並找出 $\hat{\beta}$ 的變異數。

(4) 導出 $\hat{\beta}$ 的分配。(每小題 10 分，共 40 分)

2. 若一盒中有 4 顆球，標號分別為 1、2、3、4。以取後不放回的方式

連續抽出兩球，令 X 表示第一球的號碼， Y 表示兩球的數字和，

回答以下問題。

(1) 表列 X 與 Y 的聯合機率。

(2) 判斷 X 與 Y 是否獨立？

(3) 求 $E(X|Y=5)$ 。(每小題 10 分，共 30 分)

3. 假設隨機變數 X, Y 的聯合機率函數為

$$f(x, y) = \begin{cases} k, & \text{if } 0 \leq y \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases}$$

(1) 求 k 值。

(2) 找出 X 的邊際機率 $f_X(x)$ 。

(3) 判斷 X 與 Y 是否獨立？(每小題 10 分，共 30 分)