

國立臺灣師範大學 109 學年度碩士班招生考試試題

科目：微積分

適用系所：全球經營與策略研究所

注意：1.本試題共 1 頁，請依序在答案卷上作答，並標明題號，不必抄題。2.答案必須寫在指定作答區內，否則依規定扣分。

問答計算題：每題 10 分

1. 已知函數 $x^2 + y^2 = 4$ ，求(1) $\frac{dy}{dx}$ (2)和函數在點 $(1, \sqrt{3})$ 相切的斜率及切線方程式。
2. 令 $z = f(x, y) = ye^{-3xy}$ ，求全微分 dz 。
3. 求函數 $z = f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ 的 f_{xx} 、 f_{xy} 、 f_{yy} 及全微分 dz 。
4. 求不定積分 $\int x^2 \ln x dx$ 。
5. 求不定積分 $\int x\sqrt{5-x} dx$ 。
6. 求積分 $\int_e^{e^2} \int_0^{\frac{1}{x}} \ln x dy dx$ 。
7. 求雙重定積分 $\int_1^2 \int_0^1 xye^{x^2y} dx dy$ 。
8. 令函數 $f(x, y) = xy - \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{4}y^4$ ，利用二階檢定法檢查極值。
9. 用 Lagrange 方法解最適化問題，不需確認二階條件：
$$\text{Max. } 20x^2y$$
$$\text{s.t. } x + y = 60$$
10. 已知一函數 $y = f(x)$ ，請問一階導數 $f'(1) = -2$ 是什麼意思？二階導數 $f''(-1) = 2$ 是什麼意思？