

科目：微積分

系所組：統計資訊學系應用統計碩士班

1. (本題共 20%)在時間序列分析中，其中一個被廣泛應用的技巧是 Z-transform (“Time Series Analysis” by James D. Hamilton; or “Time Series Analysis” by Henrik Madsen)；而 Z-transform 的計算基礎則是令 $z = e^{-j\omega}$ ， $j = \sqrt{-1}$ 來完成對時間序列的分析計算。若 $X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$ ， $x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega)e^{j\omega t} d\omega$ ，與 $e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$ (尤拉公式，請把 θ 當成 ω 即可)，請問：
- A. (10%) $\frac{d}{dt} x(t)$ 與 $X(j\omega)$ 之間的關係是什麼？
- B. (10%) 若 $x(t) = \sin\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right)$ ，請問 $X(j\omega)$ 在 $\omega = \frac{\pi}{2}$ 與 $\omega = \frac{\pi}{3}$ 時的值分別是什麼？(需要兩個問題都選對才給分)
- (a) 0, (b) 1 或無窮大, (c) $\frac{\pi}{2}$, (d) $\frac{\pi}{3}$, (e) $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$, (f) $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$, (g) -1 或負無窮大,

2. (10%) 令 X 為 Cauchy random variable，並服從以下機率密度函數：

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \quad -\infty < x < \infty.$$

請問 X 的期望值為何？

3. (本題共 20%)請畫出 $f(x) = \frac{54(x^2-1)}{x^2+27}$ 的圖形(10%)，並標記極值(5%)、反曲點(2%)、漸近線(3%)。

若無極值、反曲點、漸近線時，需請註明。

(以上為第一頁)

※注意：1. 考生須在「彌封答案卷」上作答。

2. 本試題紙空白部分可當稿紙使用。

3. 考生於作答時可否使用計算機、法典、字典或其他資料或工具，以簡章之規定為準。

科目：微積分

系所組：統計資訊學系應用統計碩士班

(以下為第二頁)

4. (本題共 40%)請計算以下各積分式的值。

A. (10%) $\int_0^2 (3x^2 + x - 4)dx$

B. (10%) $\int_2^3 \frac{1}{(x+1)^2} dx$

C. (10%) $\int_{-3}^{12} \sqrt{x+4} dx$

D. (10%) $\int_3^4 x^2 dx$

5. (10%) 請計算 $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{3x^3 - 3x^2 - 6x}{x^2 + x} \right)$ 的極限值。

(共 5 大題，以下空白)

※注意：1.考生須在「彌封答案卷」上作答。

2.本試題紙空白部分可當稿紙使用。

3.考生於作答時可否使用計算機、法典、字典或其他資料或工具，以簡章之規定為準。