

中央警察大學 109 學年度碩士班入學考試試題

所 別：消防科學研究所、交通管理研究所

科 目：微積分（同等學力加考）

作答注意事項：

1. 本試題共 4 大題，每題各占 25 分；共 2 頁。
2. 不用抄題，可不按題目次序作答，但應書寫題號。
3. 禁用鉛筆作答，違者不予計分。

一、請回答下列問題：

(一) 請檢驗以下兩無窮級數收斂或發散：(16 分)

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^3 + 2} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n!}$$

(二) 請證明 $\sum_{i=1}^n i^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$ 。(9 分)

二、請回答下列問題：

(一) 請用極座標及積分方法證明半徑為 r 的圓面積公式。(10 分)

(二) 請利用積分方法推導一半徑為 r 之圓球體積公式。(15 分)

三、請回答下列問題：

(一) $\int x^4 \cos x \, dx = ?$ (13 分)

(二) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left((e^{-\frac{1}{2}x})^3 \sqrt[3]{\frac{1}{2}x} \right) = ?$ (12 分)

四、請回答下列問題。

(一) $y_1 = \sin x$, $y_2 = \cos x$, 兩曲線相交無窮多次, 圍出相等的區域面積, 請求 y_1 與 y_2 單一圍出區域的面積。(13 分)

(二) 求函數圖形在其指定區間的弧長。

$$y = 50(e^{x/100} + e^{-x/100}), \quad [-50, 50] \quad (12 \text{ 分})$$