

國立中正大學

109 學年度碩士班招生考試

試題

[第 2 節]

科目名稱	微分方程
系所組別	電機工程學系-信號與媒體通訊組

—作答注意事項—

※作答前請先核對「試題」、「試卷」與「准考證」之系所組別、科目名稱是否相符。

1. 預備鈴響時即可入場，但至考試開始鈴響前，不得翻閱試題，並不得書寫、畫記、作答。
2. 考試開始鈴響時，即可開始作答；考試結束鈴響畢，應即停止作答。
3. 入場後於考試開始 40 分鐘內不得離場。
4. 全部答題均須在試卷（答案卷）作答區內完成。
5. 試卷作答限用藍色或黑色筆（含鉛筆）書寫。
6. 試題須隨試卷繳還。

國立中正大學 109 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：微分方程

本科目共 1 頁 第 1 頁

系所組別：電機工程學系-信號與媒體通訊組

1. (30%) Solve the following initial value problems:

(a) (10%)

$$\frac{dy}{dx} + y = x, y(0) = 4.$$

(b) (10%)

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 10\frac{dy}{dx} + 25y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 0.$$

(c) (10%)

$$x^2y'' + 3xy' = 0, y(1) = 0, y'(1) = 4.$$

2. (20%) Find the Laplace transform of the following functions:

(a) (10%)

$$f(t) = \{5e^{t-\pi} + 3 \cos(2t)\} \mathcal{U}(t - \pi)$$

(b) (10%)

$$f(t) = \int_0^t \cos(2\tau) \sinh(5\tau - 5t) d\tau$$

3. (10%) Find the inverse Laplace transform of the following function:

$$F(s) = \frac{1}{(s-2)^2 + 9} + \frac{e^{-2(s-1)}}{s-1}$$

4. (20%) Let A be defined as

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

(a) (10%) Find the matrix exponential e^{At} .

(b) (10%) Solve the following initial value problem

$$X' = AX, X(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

5. (10%) Find the Fourier series for $f(x) = x, -2 < x < 2$.

6. (10%) Given the common interval of definition $[0, \infty)$. Let $f_1(x) = 1, f_2(x) = -x + 1$, and $w(x) = e^{-x}$. Are $f_1(x)$ and $f_2(x)$ orthogonal with respect to $w(x)$ on the given interval? Please show.