

# 國立中山大學 109 學年度 碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學【海工系碩士班甲組】

## — 作答注意事項 —

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請斟酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

1. 【Ordinary Differential Equations】 (20%)

(a) Solve  $x^2 y'' + 2xy' - 2y = 10x^3 - 3x$  by the “undetermined coefficients” method. (10%)

(b) Solve  $y' = -4xy$  by the “power series” method. (10%)

2. 【Vector Calculus】 (20%)

(a) Find the value of  $\oint_C \frac{\partial w}{\partial n} ds$  taken counterclockwise over the boundary  $C$  of the region  $R$ ,

$$w = e^x \cos y + xy^3, R: 1 \leq y \leq 5 - x^2, x \geq 0 \quad (10\%)$$

(b) Evaluate the flux integral  $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} dA$  for the given data.

$$\vec{F} = [0, \sin y, \cos z], S: \text{the cylinder } x = y^2, \text{ where } 0 \geq y \geq \frac{\pi}{4}, 0 \leq z \leq y \quad (10\%)$$

3. 【Laplace Transform】 (20%)

(a) Write the following function using step functions, and find its Laplace transform.

$$f(x) = \begin{cases} 2 & , 0 < t < 1 \\ \frac{1}{2}t^2 & , 1 < t < \frac{\pi}{2} \\ \cos t & , t > \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (10\%)$$

(b) Solve the ODE by the Laplace transform.

$$y'' + 6y' + 8y = e^{-3t} - e^{-5t} \quad (10\%)$$

4. 【Fourier Analysis】 (15%)

(a) Expand the function  $f(x) = x^2$  on the interval  $-\pi \leq x \leq \pi$  in a Fourier series. (10%)

(b) Show that,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$  (5%)

5. 【Partial Differential Equation】 (15%)

Solve the following PDE using the Method of Separation of Variables.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0, 0 < x < a, 0 < y < b$$

boundary conditions:  $T(0, y) = T(a, y) = T(x, 0) = 0, T(x, b) = f(x)$

6. 【Complex Analysis】 (10%)

Evaluate the integral  $\int_0^{\infty} \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{1+x^2} dx$  by residue theory.