

國立中山大學 109 學年度

碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：微積分【財管系碩士班甲組】

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 109 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：微積分【財管系碩士班甲組】

題號：443003

※本科目依簡章規定「不可以」使用計算機(問答申論題)

共 2 頁第 1 頁

本科目共有二十題，每題五分，滿分為一百分。

請於答案卷上詳列計算過程，若只有答案將不予計分。

1. 數列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_1 = 1$ ， $a_{n+1} > a_n$ ，且 $a_{n+1}^2 + a_n^2 + 1 = 2(a_{n+1} \times a_n + a_{n+1} + a_n)$ ， S_n 表示數列前面 n 項的總和，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n \times a_n} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 求 $\int_0^1 \int_y^1 e^{\max\{x^2, y^2\}} dx dy = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\max\{x^2, y^2\}$ 代表 x^2 和 y^2 兩者之間最大值。
3. The total production P of a certain product depends on the amount L of labor used and the amount K of capital investment. When $P = cL^\alpha K^{1-\alpha}$, the maximum production occurs at $mL = \alpha p$ and $nK = \underline{\hspace{2cm}}$ if $mL + nK = p$.
4. 求 $f(x, y) = 5x^2 + 4xy + 2y^2$ 在 $x^2 + y^2 \leq 1$ 上之絕對極大值和極小值及其所發生之處。
5. In economies, the evaluations of marginal effect and elasticity are commonly applied. Suppose that a variable of y depends on the variable of x , i.e. $y = y(x)$, then
the marginal effect of x on y is defined as: $\frac{dy}{dx}$
the elasticity of y respect to x is defined as: $\frac{x}{y} \cdot \frac{dy}{dx}$
The following equations ①~② describe the relationships between the dependent variable y and the independent variable x . Find the marginal effect of x on y and the elasticity of y respect to x respectively.

$$\ln \left[\frac{y}{1-y} \right] = 1 + 2x \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$\ln \left[\frac{y}{1-y} \right] = 1 + 2x - x^2 \dots\dots\dots \textcircled{2}$$
 where $\ln(\cdot)$ is the logarithm operator.
6. Find the Taylor series for $f(x) = \log_e(1+x)$ about $x=0$.
7. Evaluate the double integral

$$\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} dy dx$$
8. 設某商品的需求函數 $D(x)$ 及供給函數 $S(x)$ 分別為
 $p = D(x) = -0.1x^2 + 25$; $p = S(x) = 0.4x^2 - 3.5x + 10$
 其中 p 為商品的單位價格， x 為需求量或供給量。
 (1) 試求均衡價格。
 (2) 試求在均衡價格時的生產者剩餘。
9. What is the minimum value of $f(x, y) = x^2y$ for $\{(x, y): x^2 + y^2 = 1\}$?
10. Using Taylor's formula, a quadratic approximation of $f(x, y) = \cos x \cos y$ at the origin can be found to be $\underline{\hspace{2cm}}$.
11. 用 $u = x + y$ ， $v = y - x$ 之代換，求 $\int_0^{\frac{1}{2}} dx \int_x^{1-x} (x-y)^2 e^{(x+y)^2} dy$ 。
12. 求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-\sqrt{x})(1-\sqrt[3]{x}) \dots (1-\sqrt[n]{x})}{(1-x)^{n-1}}$ 。
13. 求 $\int_1^4 \sqrt{x}(1-\sqrt{x})^4 dx$ 。
14. If the least amount of paper per volume is required to make a conical paper cup then the ratio $\frac{h}{r}$ of the height h and the radius r of the rim is $\underline{\hspace{2cm}}$.
15. If $w = \frac{1}{e^{x+y}} \sin(xy)$ and $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$. Calculate $\frac{\partial w}{\partial r}$ and $\frac{\partial w}{\partial \theta}$ at $r = 1$ and $\theta = \frac{\pi}{2}$.

國立中山大學 109 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：微積分【財管系碩士班甲組】

題號：443003

※本科目依簡章規定「不可以」使用計算機(問答申論題)

共 2 頁第 2 頁

16. Find the interval of convergence of the given power series.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k!)^2}{(2k)!} x^k$$

17. Use a power series to approximate $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ and discuss how to ensure an approximation error of less than 0.01.

18. Find the largest value of z on the surface $3x^2 + 2y^2 + z^2 + xz - yz = 1$.

19. 已知 $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$ ，求 $\int_0^{\infty} x^{\frac{3}{2}} e^{-x} dx$ 。

20. 求

$$\int_{\ln 4}^{\infty} \frac{dx}{e^x - 1 - 6e^{-x}} = \underline{\hspace{2cm}}。$$