

國立中山大學 109 學年度 碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：線性代數【應數系碩士班丙組】

— 作答注意事項 —

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 109 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：線性代數【應數系碩士班丙組】

題號：424003

※本科目依簡章規定「不可以」使用計算機(問答申論題)

共 1 頁第 1 頁

1. [10%] Let \mathcal{P}_2 be the space of all polynomials with real coefficients and of degree at most 2. Define a function $f : \mathcal{P}_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ by $f(p(x)) = (p(1), p(2), p(3))^T$ for any polynomial $p(x) \in \mathcal{P}_2$. Determine whether f is a linear map or not, and justify your answer.
2. [15%] Let A be an $m \times n$ real matrix and \mathbf{x} a vector in \mathbb{R}^n . Show that $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ if and only if $A^T A\mathbf{x} = \mathbf{0}$.
3. [15%] Let $V = \{(x, y, z, w)^T : x + y + z + w = 0\}$. Determine the dimension of V and find an orthonormal basis of V . (A basis is orthonormal if its vectors are of length one and mutually orthogonal.)
4. [20%] Suppose (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, 4$, are four given points in \mathbb{R}^2 such that x_1, \dots, x_4 are distinct. Show that there exists a unique polynomial of degree at most 3 that passes through these four points.
5. [20%] Let A_n be the $n \times n$ matrix whose i, j -entry is 1 if $i \neq j$ and 0 if $i = j$. Compute $\det(A_n)$ as a function of n .
6. [20%] A real symmetric matrix is positive definite if all of its eigenvalues are positive. Suppose A is a real symmetric matrix and P is a positive definite matrix. Show that each eigenvalue of PA is real.