國立中山大學 109 學年度
碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：高等微積分【應數系碩士班丙組】

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

- **考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。**請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- **答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示**，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- **試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。**
- **試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。**
- **違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。**

國立中山大學109學年度碩士班暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：高等微積分【應數系碩士班丙組】 題號：424004
※本科目依簡章規定「不可以」使用計算機（問答申論題） 共 1 頁第 1 頁

All variables are real numbers. n denotes natural numbers.

1. (15%) Let $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ be a continuous and strictly increasing function. Suppose that the inverse function f^{-1} exists. Show that f^{-1} is Riemann integrable on $[f(a), f(b)]$.

2. (15%) Does $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!} e^{-nx}$ converge for all $x \in [0, 1]$? Show your reason.

3. (15%) Suppose that a sequence of differentiable functions $f_n : (-a, a) \to \mathbb{R}$ converges to a differentiable function $f : (-a, a) \to \mathbb{R}$ uniformly. Does $f'(0) = \lim\limits_{n\to\infty} f_n'(0)$? Prove it or give a counter-example.

4. (15%) Find $c \in \mathbb{R}$ such that $\left|c - \sin\frac{1}{10}\right| < 0.0001$.

5. (20%) Let $F : (0, \infty) \times (0, \infty) \to \mathbb{R}$ and $F(x, y) = \displaystyle\int_0^{\sqrt{x}} e^{xy} |\sin t|\, dt$.
(i) Is F continuous with respect to x and y? Show your reason.
(ii) Is F differentiable with respect to x and y? Show your reason. If it is, find $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

6. (10%) Use Green's formula to show that the area of a bounded closed regular domain $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ equals $\displaystyle\int_{\partial\Omega} x dy$.

7. (10%) Find a function $f : (-1, 1) \to \mathbb{R}$ such that f' exists only at $x = 0$, i.e., f is differentiable at 0 and is not differentiable elsewhere.

試題請隨卷繳回