

一、 選擇題(單選題，每題 4 分) ※ 注意：請於試卷內之「選擇題作答區」依序作答。

- 一位科學家想要研究西瓜藤蔓的根延展的深度(變數一)與其所生產的西瓜重量(變數二)之間的關係。他收集了一組隨機的西瓜藤蔓樣本，並以「二變數間沒有相關」(相關係數 (correlation) = 0) 為虛無假說，對立假說則為相關係數大於 0。檢定的 P 值為 0.032。這告訴我們什麼？
 - 在 0.05 的顯著水準下，相關係數顯著大於 0
 - 在 0.01 的顯著水準下，相關係數顯著大於 0
 - 相關係數非常小
 - 相關係數非常接近 1
 - 以上皆非
- 同上題，科學家將收集的資料，以西瓜藤蔓的根延展的深度為獨立變數與其所生產的西瓜重量為依變數，據以建構了一個簡單直線迴歸模型來描述其間之關係，他所使用單位為公制單位(公尺/公斤)，稍後其同事也以同樣的資料但改為英制單位(英尺/磅)建構另一迴歸模型，請問兩模型之間以下何值會相等？
 - 斜率之估計值
 - 斜率估計量之標準誤
 - 決定係數 R^2
 - 殘差平方和(SSE)
 - 以上皆是
- 用來估計迴歸係數的最小平方正規方程式是為了：
 - 使總平方和 (Total sum of squares) 為最小
 - 使估計值的標準誤差 (Standard error) 為最小
 - 使 F 檢定統計量的 p-值 (p-value) 為最小
 - 使誤差平方和 (Error sum of squares) 為最小
 - 以上皆是
- 如要探討水稻四種基因型與產量之間的相關性，可使用下列何種統計方法？
 - 簡單迴歸分析
 - 簡單相關分析
 - 變方分析
 - 獨立性檢定
 - 以上皆可

二、 非選擇題(請詳列計算過程)

- 王教授研究 A、B 兩處試驗田培地茅的根系，由每處試驗田分別隨機抽取 20 株植株，並測量每株的根長，得到以下資料(單位:公尺)。

試驗田 A:

1.4 1.6 1.6 1.7 1.7 1.7 1.8 1.9 1.9 1.9

1.9 2.0 2.1 2.1 2.2 2.2 2.3 2.4 2.5 2.7

試驗田 B:

1.2 1.2 1.3 1.4 1.4 1.5 1.7 1.9 2.1 2.2

2.2 2.4 2.8 2.9 3.0 3.0 3.3 3.4 3.6 3.8

見背面

- (1) 請繪製每組資料的盒形圖 (box plot)。(10 分)
 (2) 請由盒形圖比較兩組資料的中心位置及分散程度。(10 分)

2. 令 $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ 及 $S_b^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ 二者皆可為族群變方 (population variance) σ^2 的估計值，請比較它們的無偏性 (unbiasedness) 及有效性 (efficiency)。(10 分)

3. 針對某豆科作物調查其根瘤菌數目，在 100 次調查中每平方公分的菌數分布如下：

每平方公分菌數	0	1	2	3	4	5
發生次數	38	30	15	10	5	2

- (1) 令 X 代表隨機觀察 1 平方公分的菌數，假設 X 遵行卜瓦松分布 (Poisson distribution)，請用上述資料，估計此分布的平均 (mean) 及變方 (variance)。(10 分)
 (2) 請估計 $X \geq 2$ 的機率。(10 分)

(卜瓦松分布的機率函數 $P(x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}$)

4. 某位老師想知道不同系 (A、B、C 及 D) 學生的生物統計學成績是否相同，已知各系學生的成績呈常態分布且變異數相等，經隨機抽取部份學生，得到下列的變異數分析表 (ANOVA)：

變異來源	自由度	平方和	平均平方和	F 值
組間變異	****	****	105	****
組內變異	****	****	****	
總變異	43	1155		

令顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，則此檢定的結論為何？並解釋之。(5 分)

5. 某農民想比較兩種飼料，試著找出哪種飼料最能使豬隻體重增長。他隨機抽取 10 頭豬，並隨機分配餵以兩種飼料，因此每種飼料分配 5 頭豬。然後，他在實驗開始前先稱重，並在 30 週後再次稱重，假設體重分布為常態分布。得到資料如下：

豬隻編號	飼料	實驗前體重(KG)	30 周後體重(KG)
1	A	92.4	241.3
2	A	102.7	208.0
3	A	92.7	222.2
4	A	84.2	191.8
5	A	107.3	230.4
6	B	91.1	205.1
7	B	79.8	176.4
8	B	83.6	173.8
9	B	71.1	158.5
10	B	98.4	226.2

- (1) 不考慮飼料品牌的因素，在顯著水準 $\alpha=0.05$ 下檢定 30 周後體重是否增加超過 100KG？(5 分)
- (2) 在顯著水準 $\alpha=0.05$ 下檢定二種不同飼料對體重增加是否有差異？(5 分)

6. 某研究護士根據下列模式對 12 筆隨機樣本成人年齡(歲)與血液中膽固醇量(mg/dL)資料進行簡單直線迴歸 (Simple Linear Regression) 分析：

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i \quad i = 1, \dots, 12;$$

他將成人年齡定義為自變數(Independent variable)，血液中膽固醇量定義為依變數(Dependent variable)，用統計軟體分析後得到下列結果：

估計迴歸直線： $\hat{Y} = -57.5965 + 5.65025X$

由上述資料，計算得到 $\bar{X} = 52.8333, \bar{Y} = 40.925$

依變數的總平方和 $SST = 52101$

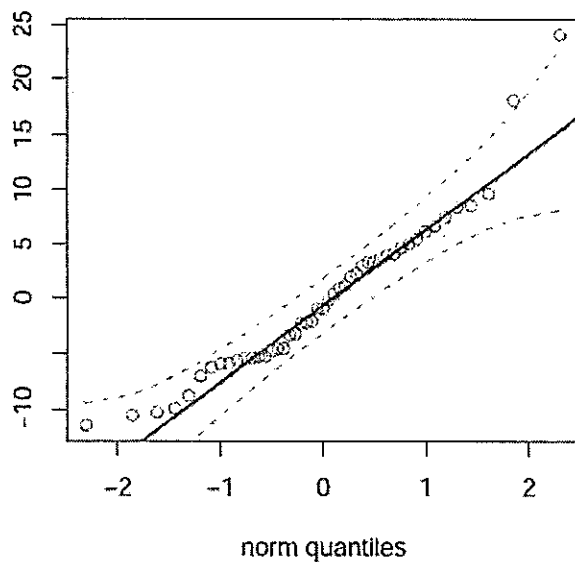
殘差均方 (Residual Mean Square, MSE) = 939.5352

試回答下列問題

(1) 完成下面變方分析表(ANOVA Table) (5 分)

Source of Variance	Degrees of Freedom	Sum of Squares	Mean Square	F-value
Regression				
Residual		9395.352		
Total		52101		

- (2) 計算簡單相關係數，並在顯著水準 $\alpha=0.05$ 下進行檢定族群簡單相關係數是否不為 0？(5 分)
- (3) 在顯著水準 $\alpha=0.05$ 下進行檢定斜率是否不等於 0。(5 分)
- (4) 下圖為同資料庫較大隨機樣本經配適簡單直線迴歸模型的殘差診斷圖：



試問此圖要檢驗簡單直線迴歸的何種模型假設？依此圖，請敘述此模型假設是否成立？(4 分)

表一、t 分布右尾機率對照表

TABLE B: t-DISTRIBUTION CRITICAL VALUES

df	Tail probability p											
	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.02	.01	.005	.0025	.001	.0005
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	15.89	31.82	63.66	127.3	318.3	636.6
2	.816	1.061	1.586	1.886	2.920	4.303	4.849	6.965	9.925	14.09	22.33	31.60
3	.765	.978	1.250	1.638	2.353	3.182	3.482	4.541	5.841	7.453	10.21	12.92
4	.741	.941	1.190	1.533	2.132	2.776	2.999	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	.727	.920	1.156	1.476	2.015	2.571	2.757	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	.718	.906	1.134	1.440	1.943	2.447	2.612	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	.711	.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.517	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	.706	.891	1.108	1.397	1.860	2.306	2.449	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	.703	.888	1.100	1.383	1.833	2.262	2.398	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	.700	.887	1.093	1.372	1.812	2.228	2.359	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	.697	.886	1.088	1.363	1.796	2.201	2.328	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	.695	.883	1.083	1.356	1.782	2.179	2.303	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	.694	.880	1.079	1.350	1.771	2.160	2.282	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	.692	.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.264	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	.691	.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.249	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	.690	.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.235	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	.689	.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.224	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	.688	.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.214	2.552	2.878	3.197	3.611	3.922
19	.688	.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.205	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	.687	.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.197	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	.686	.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.189	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	.686	.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.183	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	.685	.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.177	2.500	2.807	3.104	3.485	3.768
24	.685	.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.172	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	.684	.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.167	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	.684	.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.162	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	.684	.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.158	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	.683	.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.154	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	.683	.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.150	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	.683	.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.147	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	.681	.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.123	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
50	.679	.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.109	2.403	2.678	2.937	3.261	3.496
60	.679	.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.099	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
80	.678	.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.088	2.374	2.639	2.887	3.195	3.416
100	.677	.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.081	2.364	2.626	2.871	3.174	3.390
1000	.675	.842	1.037	1.282	1.646	1.962	2.056	2.330	2.581	2.813	3.098	3.300
∞	.674	.841	1.036	1.282	1.645	1.960	2.054	2.326	2.576	2.807	3.091	3.291

表二、F 分布第 95 個百分位(即)對照表 *註: df1: 分子自由度、df2: 分母自由度

df1 \ df2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16
35	4.12	3.27	2.87	2.64	2.49	2.37	2.29	2.22	2.16	2.11
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08
45	4.06	3.20	2.81	2.58	2.42	2.31	2.22	2.15	2.10	2.05
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99
70	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.14	2.07	2.02	1.97
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00	1.95
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93
200	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88