

考試科目	微積分	所別	應數所	考試時間	月	日	上	午	第	節
					星期		下			

國立政治大學圖書館

- 一. 求 $\int x \sin^{-1} x \, dx$. 10%
- 二. 在區間 $[-1, 2]$ 的範圍內求 a, b 之值使 $\int_a^b (x^3 - \frac{3}{2}x^2) \, dx$ 最小, 其中 $a < b$. 10%
- 三. 令 $f(x) = \int_0^{2x} \sqrt{1+t^4} \, dt, x \in (-\infty, \infty)$.
 - (1) 說明為什麼 f 有反函數. 5%
 - (2) 求 $(f^{-1})'(c)$ 之值, 其中 f^{-1} 表示 f 的反函數, $c = f(1)$. 5%
- 四. 瑕積分 (improper integral) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{e^x + e^{-x}} \, dx$ 10%
是收斂還是發散? 說明你的理由.
- 五. 求 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^{2n+1}}{n^{3/2}}$ 的收斂半徑及收斂區間. 10%
- 六. 設 $f(x, y, z)$ 在點 $p(1, 1, 1)$ 沿三個方向 $i+j+k, i+j, i-k$ 的方向導數 (directional derivative) 分別為 $\frac{1}{3}, \frac{5}{\sqrt{2}}, \frac{7}{\sqrt{2}}$, 求 f 在 $p(1, 1, 1)$ 的最大方向導數. 10%
- 七. 求 $\int_0^3 \int_0^{9-x^2} \frac{x e^{2y}}{9-y} \, dy \, dx$. 10%

備	考	試	題	隨	卷	繳	交
---	---	---	---	---	---	---	---

考試科目	微積分	所別	應數所	考試時間	月	日	上午	第	節
					星期		下		

八. 設 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x^2}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

f 在 $x=0$ 是否可微? 如果可微, 求 $f'(0)$ 之值. 10%

九. 敘述並證明 微分的 均值定理 (The Mean Value Theorem). 20%

國立政治大學圖書館

備	考	試	題	隨	卷	繳	交
---	---	---	---	---	---	---	---