

※ 注意：請於試卷內之「非選擇題作答區」作答，並應註明作答之題號。

I、 填空题 (每格 2 分, 共 50 分。請按空格編號, 依序作答。若沒有適當答案, 請填寫無解。)

- 欲探究股市投資者對 k 支股票喜好的比例 $p_i, i=1,2,\dots,k$, 乃隨機抽訪 n 個投資者, 則此複選題可用 Cochran 檢定法作分析, 令檢定統計量 Q 之分配為 X 分配, 則 X 分配的期望值 $E(X)=$ (1), 變異數 $Var(X)=$ (2), 動差法的偏態係數 $\beta_1=$ (3), 峰態係數 $\beta_2=$ (4) >3 而知 X 分配的峰態為高狹峰。
- 已知甲商品壽命 X 分配的機率模型為 $f(x)=5e^{-5x}, x \geq 0$ 。若利潤 $M=2X$, 則 M 分配的動差法偏態係數 $\beta_1=$ (5), Pearson 偏態係數 $sk=$ (6), 故知 M 分配的偏態為右偏。
- 為探討 A、B 兩行業廠商對甲政策的意見, 乃隨機抽訪 A 行業 100 個廠商中有 80 個表示贊成, 20 個表示反對, 又 B 行業 100 個廠商中有 60 個表示贊成, 40 個表示反對, 經採用統計軟體 SAS, 求得 Fisher's Exact Test 部份電腦報表: (顯著水準 $\alpha=0.05$)

Cell(1,1)Frequency(F)	40
Left sided Pr<=F	0.9995
Right sided Pr>=F	0.0016

- 令 A、B 兩行業廠商中持贊成意見者的比例分別為 $p_A、p_B$, 而欲檢定 $p_A、p_B$ 是否可能相等? 依電腦報表, 可得機率值 = (7) 與 $\alpha=0.05$ 作比較, 結論: (8) (拒絕或不拒絕) 虛無假設 $H_0: p_A = p_B$ 。
- 令 A、B 兩行業廠商中持反對意見者的比例分別為 $q_A、q_B$, 而欲檢定 q_A 是否可能大於 q_B ? 依電腦報表, 可得機率值 = (9) 與 $\alpha=0.05$ 作比較, 結論: (10) $H_0:$ (11)。
- 隨機抽訪甲行業 20 家廠商, 得去年各家廠商營收為 Y、廣告費為 X、人事費用為 W, 經 Microsoft Excel 求算而得下列部份電腦報表為: (顯著水準 $\alpha=0.05$)

ANOVA 表			相 關 係 數	Y	X	W
變源	差異平方和 SS	自由度		Y	1	
迴歸	SSR(X, W) = 3240	2	X	0.73	1	
殘差	SSE(X, W) = 2360	17	W	0.64	0.67	1

假設此資料適合有母數統計分析, 試進行逐步迴歸, 以確定廣告費、人事費用是否皆為主要自變數。其步驟可為:

1. 求算 Y 對 X 之 $F_X = MSR(X)/MSE(X) =$ (12), Y 對 W 之 $F_W =$ (13), 取其大者與臨界值 $F_{(0.05;1,v_1)} = 4.41$ 作比較, 結論: (14) $H_0:$ (15) (X 或 W) 不值得引入。此 F 檢定之自由度為 1 及 $v_1 =$ (16)。
2. 再求得偏相關係數 $|r| =$ (17), 進一步求算檢定統計量 $F =$ (18) 與臨界值 $F_{(0.05;1,v_2)} = 4.45$ 作比較, 結論: (19) $H_0:$ (20) 不值得再引入, 此 F 檢定之自由度為 1 及 $v_2 =$ (21)。
- 為探討標準差 $\sigma = 25$ 之甲產品的平均重量 $\mu = 800$ 是否增加, 而進行隨機抽樣, 樣本大小 $n = 25$, 臨界值為 $\bar{X}_c = 810$ 。今為研究需要而增加樣本大小為 $n' = 100$, 則錯誤曲線有何改變? 令樣本大小為 $n = 25$ 之 Type I Error 的機率為 α 、Type II Error 的機率為 β , 樣本大小為 $n' = 100$ 之 Type I Error 的機率為 α' 、Type II Error 的機率為 β' , 改變的情況依母數 μ 之不同而以符號: = (等於)、< (小於)、> (大於) 表示之。即錯誤曲線的改變為:
 1. $\mu \leq 800$ α' (22) α
 2. $800 < \mu < 810$ β' (23) β
 3. $\mu = 810$ β' (24) β
 4. $\mu > 810$ β' (25) β

見背面

II、問答與計算題（每小題 5 分，共 50 分。）

1. 設 $\{X_i\}_1^4$ 為一組獨立同態(i.i.d.)之卜瓦松 $P(1)$ 分配，令 $S = \sum_{i=1}^4 X_i$ ，
- (1) 以動差母函數法(mgf)計算 S 之分配（需說明分配名稱與參數）。
 - (2) 令 $S = s$ ，試計算條件分配 $X_1 | S = s$ ，需註明分配名稱及參數。
 - (3) 計算條件期望值 $E(X_1 | S = s)$ 及條件變異數 $\text{Var}(X_1 | S = s)$ 。
 - (4) 以(3)之結果，分別計算 $\text{Var}(X_1)$ ， $\text{Var}(E(X_1 | S))$ ，以及 $E(\text{Var}(X_1 | S))$ ，並驗證以下等式：

$$\text{Var}(X_1) = \text{Var}(E(X_1 | S)) + E(\text{Var}(X_1 | S))$$
 確實成立。
2. 設 $\{X_i\}_1^n$ 為一組分布於區間 (θ_1, θ_2) 之均勻分配的隨機樣本，
- (1) 試寫出參數 (θ_1, θ_2) 之參數空間 Ω ，並求 (θ_1, θ_2) 之一個聯合充分統計量 (Joint Sufficient Statistics)。
 - (2) 試以動差法 (Method of Moment) 分別估計 θ_1, θ_2 ，簡記為 $\hat{\theta}_{1\text{MME}}, \hat{\theta}_{2\text{MME}}$ 。
 - (3) 試以最大概似法 (Maximum Likelihood Method) 分別估計 θ_1, θ_2 ，簡記為 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 。
3. 設 $\{X_i\}_1^n$ 為一組來自常態 $N(0, \sigma^2)$ 之隨機樣本， σ^2 未知，
- (1) 試求 σ^2 之一個充分統計量，記為 S ，並驗證 S 確實具有充分性。
 - (2) 求 σ^2 之 UMVUE (Uniformly Minimum Variance Unbiased Estimator)，記為 $\hat{\sigma}^2$ 。
 - (3) 以顯著水準 α ($0 < \alpha < 1$)，檢定虛無假設 $H_0: \sigma^2 = 1$ vs. 對立假設 $H_1: \sigma^2 = 4$ ，試推導此檢定之一個最佳拒絕域 (the Best Critical Region)。並說明此檢定具有何種好的性質？（不需證明）

試題隨卷繳回