

國立中正大學

108 學年度碩士班招生考試

試題

[第 2 節]

系所組別	電機工程學系-信號與媒體通訊組
	通訊工程學系- 通訊甲組 通訊丙組
科目名稱	線性代數

—作答注意事項—

※作答前請先核對「試題」、「試卷」與「准考證」之系所組別、科目名稱是否相符。

1. 預備鈴響時即可入場，但至考試開始鈴響前，不得翻閱試題，並不得書寫、畫記、作答。
2. 考試開始鈴響時，即可開始作答；考試結束鈴響畢，應即停止作答。
3. 入場後於考試開始 40 分鐘內不得離場。
4. 全部答題均須在試卷（答案卷）作答區內完成。
5. 試卷作答限用藍色或黑色筆（含鉛筆）書寫。
6. 試題須隨試卷繳還。

國立中正大學 108 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：線性代數

本科目共 1 頁 第 1 頁

系所組別：電機工程學系-信號與媒體通訊組

通訊工程學系-通訊甲組、通訊丙組

1. \mathbf{A} , \mathbf{B} , and \mathbf{C} are matrices in $\mathbf{R}_{4 \times 4}$.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}.$$

- (5 pts.) Find all possible a and b to satisfy that the inverse matrix of \mathbf{C} does not exist.
- (5 pts.) Find all possible b to satisfy that \mathbf{B} has full column rank.
- (5 pts.) Find the null space of \mathbf{B} if $b = 0$.
- (10 pts.) Show the LU-decomposition of \mathbf{A} with details.

2. (10 pts.) An overdetermined system

$$\begin{aligned} x_1 + x_3 &= 1 \\ x_2 + x_3 &= 0 \\ 2x_1 + x_3 &= 2 \\ x_1 + cx_3 &= d \\ x_1 + x_2 &= e \end{aligned}$$

is consistent. Find all possible values of c , d and e in \mathbf{R} .

3. Let $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$.

- (5 pts.) In row space of \mathbf{D} , find a basis B from row vectors of \mathbf{D} .
- (15 pts.) Find eigenvalues and eigenvectors of \mathbf{D} .
- (15 pts.) Find a matrix \mathbf{P} that diagonalizes \mathbf{D} .

4. In \mathbf{P}_2 , define a linear operation

$$T(p + qx + rx^2) = (-p + 3q + 2r) + (2p + 2r)x + (4p + q + 5r)x^2.$$

- (15 pts.) Find a basis for the kernel of T .
- (15 pts.) Find a basis for the range of T .