國立政治大學九十六學年度研究所博碩士班入學考試命題紙 第1頁，共1頁

考試科目	微積分	所別 8111 8116	應用數學系	考試時間	3月17日 星期六	第一節

1. Let $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ be a convergent series with sum s. Show that the series $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + 2a_{n+1})$ converges and find its sum. (20%)

2. Let $\vec{F}(x,y,z) = (x^3, y^3, z^3)$ be a vector field in $\mathfrak{R}^3$. Evaluate the surface integral $\iint_{S^2} \vec{F}\cdot\vec{n}\, dS$, where $S^2 = \{(x,y,z) \mid x^2+y^2+z^2=1\}$ is the unit sphere in $\mathfrak{R}^3$ and $\vec{n}$ is the unit outward normal vector field on S^2. (20%)

3. Find the maximum value of $f(x_1,\cdots,x_n) = x_1+\cdots+x_n$ subject to the constraint ${x_1}^2+\cdots+{x_n}^2 = 1$ and verify the inequality

$$\frac{x_1+\cdots+x_n}{n} \le \left(\frac{{x_1}^2+\cdots+{x_n}^2}{n}\right)^{1/2}.$$ (20%)

4. Let

$$f(x) = \begin{cases} x^2\sin\frac{1}{x} & \text{if } x \ne 0, \\ 0 & \text{if } x = 0. \end{cases}$$

Show that f is differentiable on $\mathfrak{R}$, but f' is not continuous at $x=0$. (20%)

5. Let f be a continuous function on $[1/2, 2]$. Evaluate the integral

$$\int_{1/2}^{2} \left(1-\frac{1}{t^2}\right) f\left(t+\frac{1}{t}\right) dt.$$ (10%)

6. Does there exist a nonconstant continuous real-valued function f on $[0,1]$ which assumes only integer values? (10%)

備考	試題隨卷繳交
命題委員：	055 （簽章） 96年3月2日

命題紙使用說明：1.試題將用原件印製，敬請使用黑色墨水正楷書寫或打字（紅色不能製版請勿使用）。
2.書寫時請勿超出格外，以免印製不清。
3.試題由郵寄遞者請以掛號寄出，以免遺失而示慎重。