

國立高雄大學 108 學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：統計學

系所：亞太工商管理學系

是否使用計算機：是

考試時間：100 分鐘

本科原始成績：100 分

1. U 為一介於 0 到 1 間之連續型的隨機變數，若 $X = \sqrt{U}$ ，

(a) 試求 X 之機率密度函數。(5 分)

(b) 並求 X 之期望值、 X 之變異數。(10 分)

2. A、B、C、D 等四顆球，每一顆球都有寫上一個數字，其中 A 球與 B 球數字皆為 0，C 球數字為 1，D 球數字為 2，今「以不放回方式(without replacement)」隨機從四顆球當中抽出 2 球，設 X 為此 2 球的數字之和(sum)。

(a) 寫出 X 之機率函數。(10 分)

(b) 並求 X 之期望值、 X 之變異數。(5 分)

若改變為「以放回方式(with replacement)」隨機從四顆球當中抽出 2 球，設 Y 為此 2 球的數字之和(sum)。

(c) 寫出 Y 之機率函數。(10 分)

3. 某兩個隨機變數 X 與 Y ，其變異數分別為 $\text{Var}(X) = 4$ 、 $\text{Var}(Y) = 9$ ，若 $\text{Var}(X-Y) = 20$ ，試求：

(a) X 與 Y 之共變異數 $\text{Cov}(X, Y)$ 。(8 分)

(b) X 與 Y 之相關係數 $\rho_{X, Y}$ 。(6 分)

國立高雄大學 108 學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：統計學

系所：亞太工商管理學系

是否使用計算機：是

考試時間：100 分鐘

本科原始成績：100 分

(c) $\text{Var}(-2X + 3Y)$ 。(6 分)

4. 某家大型的國營事業即將推行新的輪班制度，為了探討員工贊成該項新制度之比率 p ，

打算從為數眾多的員工當中隨機抽出 12 位員工來瞭解贊成的人數多寡，以檢定：

H_0 (null hypothesis) : $p = 0.5$;

H_a (alternative hypothesis): $p < 0.5$

如果所選定的棄卻域(rejection region) 為 隨機抽出的 12 位員工當中贊成的人數少於或等於 2 位。

(a) 求 $\alpha = P\{\text{type I error}\}$ 。(9 分)

(b) 如果真實的 $p = 0.4$ ，求 $\beta = P\{\text{type II error}\}$ 。(6 分)

5. 某人 W 每天都會找出固定一小時的時段來玩抓寶物的遊戲， W 宣稱他每小時所抓到的寶

物個數 X 符合 Poisson 分配，現觀察 W 玩 100 天的成果如下表所示。

所抓到的寶物個數	0	1	2	3 or more
天數	64	24	12	0

若顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，試以適合度檢定(goodness-of-fit test)來檢定 H_0 ： W 每小時所抓到的寶物個數 X 符合 Poisson 分配。(10 分)

本題附表： e^{-x} 之數值

國立高雄大學 108 學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：統計學

系所：亞太工商管理學系

是否使用計算機：是

考試時間：100 分鐘

本科原始成績：100 分

x	0.12	0.24	0.36	0.48	0.60
e^{-x}	0.88692044	0.78662786	0.69767633	0.61878339	0.54881164

6. APIBM 公司宣稱所生產之某一種金屬片的厚度(以英吋為單位)，其變異數 σ^2 不會超過 0.002 平方英吋，今取得為數 $n = 10$ 片金屬片之隨機樣本 $(x_1, x_2, \dots, x_{10})$ ，得

$$\text{樣本變異數(sample variance)} s^2 = \frac{1}{10-1} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 0.003 \text{ 平方英吋。}$$

(a) 採用顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，檢定 $H_0: \sigma^2 = 0.002$; $H_a: \sigma^2 > 0.002$ 。(9 分)

(b) 並求 p -value。(6 分)

本考卷附表：下表為在不同的自由度 ν 與不同的累積機率值 α 之下，使得卡方分配隨機變數

X^2 大小於或等於 χ_α^2 之機率 $P(X^2 \leq \chi_\alpha^2) = \alpha$ 之 χ_α^2 值

ν	α									
	0.0250	0.0500	0.1000	0.8030	0.8587	0.8679	0.9000	0.9091	0.9500	0.9750
1	0.00098	0.00393	0.01579	1.66448	2.16374	2.26765	2.70554	2.85836	3.84146	5.02389
2	0.05064	0.10259	0.21072	3.24910	3.91374	4.04839	4.60517	4.79599	5.99146	7.37776
3	0.21580	0.35185	0.58437	4.67742	5.45590	5.61184	6.25139	6.46883	7.81473	9.34840
4	0.48442	0.711072	1.06362	6.02891	6.89942	7.07262	7.77944	8.01858	9.48773	11.14329
5	0.83121	1.14548	1.61031	7.33343	8.28326	8.47137	9.23636	9.49429	11.07050	12.83250
6	1.23734	1.63538	2.20413	8.60566	9.62624	9.82765	10.64464	10.91939	12.59159	14.44938
7	1.68987	2.16735	2.83311	9.85399	10.93905	11.15260	12.01704	12.30714	14.06714	16.01276
8	2.17973	2.73264	3.48954	11.08373	12.22841	12.45319	13.36157	13.66590	15.50731	17.53455
9	2.70039	3.32511	4.16816	12.29849	13.49890	13.73418	14.68366	15.00131	16.91898	19.02277
10	3.24697	3.94030	4.86518	13.50086	14.75377	14.99895	15.98718	16.31739	18.30704	20.48318
11	3.81575	4.57481	5.57778	14.69274	15.99545	16.25002	17.27501	17.61714	19.67514	21.92005
12	4.40379	5.22603	6.30380	15.87561	17.22577	17.48929	18.54935	18.90285	21.02607	23.33666
13	5.00875	5.89186	7.04150	17.05063	18.44621	18.71830	19.81193	20.17633	22.36203	24.73560
14	5.62873	6.57063	7.78953	18.21872	19.65794	19.93826	21.06414	21.43901	23.68479	26.11895