

科目：微積分

系所組：統計資訊學系應用統計碩士班

1. (10%) 請證明 $\int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)/2} dx dy = 2\pi$
2. (10%) 給定 $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & , x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases}$ 與 $\lambda > 0$ ，請計算 $\int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$ 的值。
3. (10%) 給定 $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & , x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases}$ 與 $\lambda > 0$ ，請計算 $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx$ 的值。
4. (10%) 給定 $L(0) = 0$ 、 $\left. \frac{d}{dn} L(n) \right|_{n=0} = 0$ 、 $\left. \frac{d^2}{dn^2} L(n) \right|_{n=0} = 1$ ，請計算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{L(t/\sqrt{n})}{n^{-1}}$ 的極限值。
5. (10%) 請計算 $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{3x^3 - 3x^2 - 6x}{x^2 + x} \right)$ 的極限值。
6. (10%) 給定 $3x^2 - 5xy = 17$ ，其中 x 與 y 都是 t 的函數。請計算 dx/dt 與 dy/dt 之間的關係。
7. 請計算以下各積分式的值。
- 甲、(10%) $\int_0^2 (3x^2 + x - 5) dx$
- 乙、(10%) $\int_2^3 \frac{1}{(x-1)^2} dx$
- 丙、(10%) $\int_{-1}^4 \sqrt{5+x} dx$
- 丁、(10%) $\int_2^3 x^2 dx$

※ 注意：1. 考生須在「彌封答案卷」上作答。

2. 本試題紙空白部份可當稿紙使用。

3. 考生於作答時可否使用計算機、法典、字典或其他資料或工具，以簡章之規定為準。