考 試 科 目	微積分	所 別	應用物理所 (8161)、(8166)	考 試 時 間	3月14日 星期六 第 3 節

1. Find the following limits if exists.   (20%)

   (a) $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$.

   (b) $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{\sqrt{k}}{k+1}$.

   (c) $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{4n}{n^2+k^2}$.

   (d) $\lim_{x\to\infty} \frac{\sin x}{\sqrt{x}}$.

2. Evaluate the following integrals.   (20%)
   (a) $(\ln x)^2 \, dx$.
   (b) $\int t^2 \sqrt{t-1} \, dt$.
   (c) $\int \sin^2 2x \, dx$.
   (d) $\int e^x \cos x \, dx$.

3. Given that $f(2) = 8$, $g(2) = 2$, $f'(2) = 1$, and $g'(2) = -2$. Find
   (a) $(f^2 + g^2)'(2)$.

   (b) $\left(\sqrt{f/g}\right)'(2)$.   (10%)

4. Using differential to approximate the values $e^{-0.01}$ and $\sqrt{0.99^2 + 0.03^2}$. (10%)

5. Find the maximum and minimum values of the function $f(x,y,z) = x + 2y - z$ on the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 24$.   (10%)

6. Let $f(x) = x^3 - 4x$ and $g(x) = 5x$. Find the area of the region bounded by the graphs of $y = f(x)$ and $y = g(x)$.   (10%)

備 考	試 題 隨 卷 繳 交

命 題 委 員 :   (簽章)

命題紙使用說明:1.試題將用原件印製,敬請使用黑色墨水正楷書寫或打字(紅色不能製版請勿使用)。
　　　　　　　　2.書寫時請勿超出格外,以免印製不清。
　　　　　　　　3.試題由郵寄遞者請以掛號寄出,以免遺失而示慎重。

考試科目	微積分	所 別	應用物理所 (8161)、(8166)	考試時間	3月14日 星期六 第3節

7. Suppose that a child is inflating a spherical balloon and we know that the balloon is being inflated at a rate of 100 cm^3/sec. Using this information to determine the rate at which the radius is increasing when the radius is 9 cm. (10%)

8. A company determines that the profit resulting from the sale of x of its products per week is $P(x) = 160 - 96x + 18x^2 - x^3$ dollars. Find the maximum and minimum values for this function on the interval $[0,10]$ and the sales level x at which each occurs. (10%)

備 考	試 題 隨 卷 繳 交

命 題 委 員 : (簽章)

命題紙使用說明:1.試題將用原件印製,敬請使用黑色墨水正楷書寫或打字(紅色不能製版請勿使用)。
　　　　　　　2.書寫時請勿超出格外,以免印製不清。
　　　　　　　3.試題由郵寄遞者請以掛號寄出,以免遺失而示慎重。