

國立高雄大學 108 學年度研究所碩士班招生考試試題

系所：應用數學系

科目：微積分

身份別：一般生應用數學組、在

是否使用計算機：否

考試時間：100 分鐘

職生應用數學組

本科原始成績：100 分

1. (10%) Determine whether the statement is True or False.

(a)  $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ ,  $x \neq 0$ , is an even function.

(b)  $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{1}{n}}$  converges.

(c) For any vectors  $\mathbf{u}$  and  $\mathbf{v}$  in  $\mathbb{R}^3$ ,  $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) \times \mathbf{v} = \mathbf{u} \times \mathbf{v}$ .

(d) The curve with vector equation  $\mathbf{r}(t) = t^3\mathbf{i} + 2t^3\mathbf{j} + 3t^3\mathbf{k}$  is a line.

(e)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \sec^2 x \, dx = -2$ .

2. Find the limit.

(a) (5%)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x)}{\sin x}$

(b) (5%)  $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$

3. (10%) Find the derivative of

$$g(x) = \int_{1+x^2}^{2+\sin x} \frac{\sin t}{t} \, dt.$$

4. (10%) Given  $x \cos(2x + 3y) = y \sin x$ , find  $\frac{dy}{dx}$ .

5. Evaluate the integral.

(a) (10%)  $\int \cos 2x \cos 6x \, dx$

(b) (10%)  $\int \frac{x^2 - 5x + 16}{(2x + 1)(x - 2)^2} \, dx$

6. (10%) Show that  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^2 - 3y^2}{3x^2 + 2y^2}$  does not exist.

7. (10%) Find an equation for the tangent plane and parametric equations for the normal line to the surface  $z = x^2y$  at the point  $(2, 1, 4)$ .

國立高雄大學 108 學年度研究所碩士班招生考試試題

系所：應用數學系

科目：微積分

身份別：一般生應用數學組、在

是否使用計算機：否

考試時間：100 分鐘

職生應用數學組

本科原始成績：100 分

8. (10%) Find the area of the surface generated by revolving the curve  $y = \frac{x^3}{6} + \frac{1}{2x}$  on the interval  $[1, 2]$  about the  $x$ -axis.

9. (10%) Evaluate the integral

$$\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} \log_2(x^2 + y^2 + 1) dx dy.$$