

國立聯合大學 108 學年度碩士班考試招生

電子工程學系 入學考試試題

科目： 工程數學 第 1 頁 共 1 頁

計算題9題，共100分：

(1) 請求解右列微分方程式： $y' + y = x$ 。 [10%]

(2) 請求解右列微分方程式： $y'' + 5y' + 6y = e^{-2x} + e^{-3x}$ 。 [10%]

(3) 有一函數 $f(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t < 2 \\ 4, & 2 \leq t < 4 \\ 6-t, & 4 \leq t < 6 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$ ，請求解下列問題。

(a) 請繪出函數 $f(t)$ 之圖形。 [5%]

(b) 請求出函數 $f(t)$ 之拉普拉斯轉換(Laplace transform)。 [5%]

(4) 請求解下列問題。

(a) $h'' + 3h' + 2h = \delta(t)$ ， $h(0) = 0$ 及 $h'(0) = 0$ ，請求解 $h(t)$ 。說明： $\delta(t)$ 稱為單位脈衝函數，此時的輸出 $h(t)$ 稱為單位脈衝響應。 [7%]

(b) $s'' + 3s' + 2s = u(t)$ ， $s(0) = 0$ 及 $s'(0) = 0$ ，請求解 $s(t)$ 。說明： $u(t)$ 稱為單位步級函數，此時的輸出 $s(t)$ 稱為單位步級響應。 [7%]

(c) 請依據 4(a) 及 4(b) 的結果證明 $s(t) = h(t) * u(t)$ ，也就是 $s(t)$ 是 $h(t)$ 與 $u(t)$ 之摺積積分(convolution integral)。 [6%]

(5) 若 $A = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 1 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$ ， $C = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ，求 (a) $3B - 2A$; (b) $A^T B$ 。 [5%×2]

(6) 令 A 與 B 為 3 階方陣，且 $|A| = -5$ 和 $|B| = 3$ ，求 (a) $|A^3|$; (b) $|3B|$; (c) $|B^{-1}|$ 。 [4%+3%+3%]

$$2x + 3y + z = -1$$

(7) 線性方程式系統 $3x + 3y + z = 1$ ，(a) 改寫成矩陣方程式 $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ 的形式，其中 $\mathbf{x} = [x \ y \ z]^T$; (b) 求 A^{-1} ;

$$2x + 4y + z = -2$$

(c) 使用矩陣乘法求 \mathbf{x} 。 [4%+3%+3%]

(8) 矩陣 $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ ，求 (a) 矩陣的特徵值; (b) 每一特徵值對應的特徵向量。 [5%×2]

(9) $W = \{(x, y, 3x+y) \mid x \text{ 與 } y \text{ 都是實數}\}$ ，依下列程序判斷 W 是否為 R^3 的子空間: (a) W 是否滿足加法封閉性; (b) W 是否滿足純量乘法封閉性。 [5%×2]