

國立中山大學 108 學年度 碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：統計學【經濟所碩士班】

— 作答注意事項 —

考試時間：100 分鐘

- 考試開始響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

Answer the following five questions, equally weighted

請務必依題序在答案卷上作答 (5 大題, 共 100 分)

1. (20%) Suppose that X and Y are two random variables jointly distributed over the first quadrant of the xy -plane according to pdf,

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} y^2 e^{-y(x+1)}, & x \geq 0, y \geq 0; \\ 0, & \text{elsewhere.} \end{cases}$$

Find $f_Y(y)$.

2. (20%) Find the variance of X if

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}, & 0 \leq x < 1; \\ \frac{1}{4}, & 2 < x \leq 3; \\ 0, & \text{elsewhere.} \end{cases}$$

3. (20%) Let Y_1, Y_2, \dots, Y_n be n independent $N(\mu, \sigma^2)$ random variables. What is the distribution of $\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}{\sigma^2}$? and why? (Note: $\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n}$)

4. (20%) Let X_1, \dots, X_n be a random sample from

$$f_X(x; \theta) = \left(\frac{1}{\theta^2}\right) x e^{-x/\theta}, \quad 0 < x < \infty, \quad 0 < \theta < \infty.$$

Find the MLE of θ .

5. (20%) Let

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 2 & 10 & -5 \\ -3 & -5 & 16 \end{bmatrix} \right).$$

Now, let $Y_1 = X_1 - 2X_2 + 3X_3 - 4$ and $Y_2 = 2X_1 + X_2 - 3X_3 + 5$. What would

$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix}$ distribute as?