

所別：土木工程學系 碩士班 大地工程組(一般生)

共 1 頁 第 1 頁

科目：常微分方程式

本科考試禁用計算器

※ 計算題需計算過程，無計算過程者不予計分

1)  $\frac{d^4 y}{dx^4} + 2 \frac{d^2 y}{dx^2} + y = x e^x$  的通解 (General solution) 為何? (25分)

2) 用 Laplace 轉換求初始值問題的解:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 4y = \delta(t-6), \quad y(0) = \dot{y}(0) = 0 \quad (25分)$$

其中  $\delta(t-6)$  代表在  $t=6$  處為無窮大的 Delta 函數。

3) 請求出以下初始值問題的解:

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{du}{dr} \right) + \frac{u}{r} = \frac{1}{r}, \quad \text{在 } r=1 \text{ 處 } u = \frac{du}{dr} = 0 \quad (25分)$$

4) 求以下方程的通解 (general solution):

$$\frac{d\tilde{y}}{dt} = \begin{bmatrix} -3 & -10 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \tilde{y} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{y} = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} \quad (25分)$$

參考用