

1. 管流右端出口封閉，水流改由水管下方細縫流出(如圖 a 所示)，細縫寬度 5 mm、長度 1.2 m，由細縫流出之水流速度呈半拋物線分布，由左端 4 m/s 增至右端 9 m/s，水管左端以輪緣(Flange)與螺栓(Bolts)固定，管徑 $D = 20$ cm，且水管重量可忽略。(a)輪緣所承受之力 F_x 與 F_y 分別為若干 N？方向為何？(b)輪緣所承受之轉矩為若干 N-m？方向為何？ (25%)

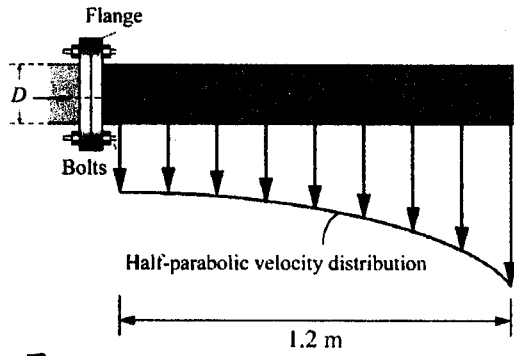


圖 a

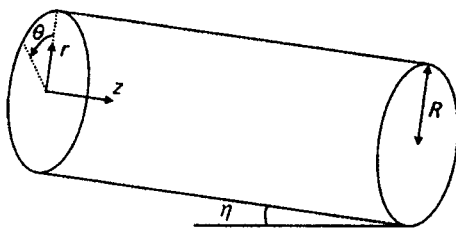


圖 b

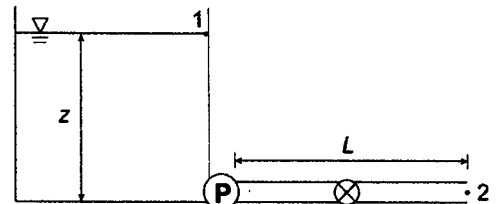


圖 c

2. 不可壓縮流體之連續方程式(CE)與 Navier-Stokes 方程式(N-S)，其圓柱座標形式表示如下：

$$\text{CE: } \frac{1}{r} \frac{\partial(ru_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

$$\text{N-S (r-dir): } \rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \rho g_r + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ru_r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} \right]$$

$$\text{N-S (\theta-dir): } \rho \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r u_\theta}{r} + u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \rho g_\theta + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ru_\theta)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} \right]$$

$$\text{N-S (z-dir): } \rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right]$$

式中 (u_r, u_θ, u_z) 與 (g_r, g_θ, g_z) 分別為 (r, θ, z) 方向之流速與重力加速度(方向如圖 b 所示)。已知有一傾斜圓管與水平夾角 η ，管半徑 R ，流體承受定壓力梯度 $dP/dz < 0$ ，流體密度 ρ 、黏滯係數 μ ，且流速已發展完全。(a)試利用圓柱座標 CE、N-S 及邊界條件，推求管流流速分布，並繪出流速剖面，須先列出所有假設條件。(b)試求此管流之能量修正係數 α 與動量修正係數 β ，分別為若干？ (25%)

3. (a)強制渦流(Forced vortex)是圓桶以角速度 ω 繞圓心軸旋轉，帶動桶內水體旋轉而形成，強制渦流發展過程中，水面變化受哪三種力之影響？
 (b)當力達平衡時，形成定態水面，已知圓桶半徑為 R ，圓心之水面高程為 h_0 ，半徑 r 處之水面高程為 h ，試推求強制渦流之壓力分布與水面線方程式。
 (c)強制渦流發展過程中， h 除隨時間 t 而改變外，亦受 ω 、 R 、流體特性 (ρ, μ) 及 g 之影響。試利用白金漢 π 定理，推導 h 與這些因素以及時間 t 之關係式，式中須以兩個無因次參數表示之。請使用 ρ 、 R 、 ω 為重複變數。
 (d)太空人在火星上進行強制渦流實驗，須遵守哪些動力相似律？已知原型與模型之長度比為 L 、重力比為 g_r ，則原型與模型所使用之流體特性須滿足什麼條件？ (25%)
4. 有一圓桶形水箱，直徑 26 m，其瞬時水深為 z (如圖 c 所示)，水箱底部連接直徑 D 之排水管，管長為 L ，管摩擦係數 f ，排水管入口裝置抽水機，提供水頭 E_p ，排水管中間有一閘門，閘門損失係數 k_f 。(a)試利用能量方程式推求管流瞬時流速 V_2 通式。(b)已知管長 $L = 40$ m，管徑 $D = 30$ cm，管摩擦係數 $f = 0.025$ ，閘門全開時損失係數 $k_f = 0.5$ ，且水箱初始水深 $z_0 = 15$ m，若欲使水箱恰在 4 小時後排乾，則抽水機須提供水頭 E_p 若干 m？(c)試繪出水箱水面(點 1)至管流出口(點 2)之間，在 $t = 0$ 時之初始能量線(EL)與水力坡降線(HGL)，須標示基準線(Datum)、各項水頭及水頭損失。 (25%)