

國立交通大學 100 學年度碩士班考試入學試題

科目：微積分(5141)

考試日期：100 年 2 月 17 日 第 1 節

系所班別：科技管理研究所

組別：科管所甲組

第 1 頁，共 4 頁

【可使用計算機】\*作答前請先核對試題、答案卷(試卷)與准考證之所組別與考科是否相符!!

單選題 (每題 5 分，共 20 題) 請使用答案卡作答

1. How many points of intersection are there between  $y = 2^x$  and  $y = x^2$ ?

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) not existent

2. Let  $f(x) = x \ln x - x$ ,  $\frac{d^2 f}{dx^2} =$

- (a) 0
- (b) 1
- (c)  $x$
- (d)  $\frac{1}{x}$

3. The value of the integral  $\int_0^2 \frac{1}{x-1} dx$  is

- (a) -1
- (b) 0
- (c)  $\ln 2$
- (d) not existent

4. The length of the polar curve  $r = 1 + \sin \theta$  with  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  is

- (a) 4
- (b) 8
- (c)  $4\sqrt{2}$
- (d)  $2\sqrt{2} + 2$

5. The value of the integral  $\int_0^1 \tan^{-1} x dx$  is

- (a)  $\frac{\pi}{4} - \frac{\ln 2}{2}$
- (b)  $\frac{\pi}{4}$
- (c)  $\frac{1}{2}$
- (d) 1

6. The value of the integral  $\int_5^{12} \frac{\sqrt{x+4}}{x} dx$  is

- (a)  $2 - 2 \ln \frac{5}{3}$
- (b)  $2 - 2 \ln \frac{3}{5}$
- (c)  $-2 - 2 \ln \frac{5}{3}$
- (d)  $-2 - 2 \ln \frac{3}{5}$

國立交通大學 100 學年度碩士班考試入學試題

科目：微積分(5141)

考試日期：100年2月17日 第1節

系所班別：科技管理研究所 組別：科管所甲組

第 2 頁, 共 4 頁

【可使用計算機】\*作答前請先核對試題、答案卷(試卷)與准考證之所組別與考科是否相符!!

7. The volume of the solid obtained by rotating the region bounded by  $y = x^3$ ,  $y = 8$  and  $x = 0$  about the  $y$ -axis is

- (a)  $\frac{24}{5}\pi$
- (b)  $\frac{48}{5}\pi$
- (c)  $\frac{96}{5}\pi$
- (d)  $\frac{192}{5}\pi$

8.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x =$

- (a) 0
- (b) 1
- (c)  $e$
- (d)  $\infty$

9.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^{4n} =$

- (a)  $e^3$
- (b)  $e^4$
- (c)  $e^{12}$
- (d)  $\infty$

10.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)} =$

- (a)  $\frac{\pi^2}{6}$
- (b)  $\frac{1}{4}$
- (c)  $\frac{2}{3}$
- (d)  $\frac{11}{18}$

11. The interval of convergence of  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{4n+2}}{2^{4n}(2n+1)}$  is

- (a)  $(-4, 4)$
- (b)  $[-4, 4)$
- (c)  $[-2, 2]$
- (d)  $(-\infty, \infty)$

12.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n} =$

- (a) 3
- (b) 6
- (c)  $\pi$
- (d)  $\frac{\pi^2}{6}$

國立交通大學 100 學年度碩士班考試入學試題

科目：微積分(5141)

考試日期：100 年 2 月 17 日 第 1 節

系所班別：科技管理研究所 組別：科管所甲組

第 3 頁, 共 4 頁

【可使用計算機】\*作答前請先核對試題、答案卷(試卷)與准考證之所組別與考科是否相符!!

13.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1} =$
- (a) 0  
 (b) 2  
 (c)  $\infty$   
 (d) does not exist
14. Which of the following statements is **true**? Let  $(a, b)$  be a fixed point in  $\mathbb{R}^2$  and let  $f(x, y)$  be defined on  $\mathbb{R}^2$ .
- (a) If both partial derivatives  $f_x(a, b)$  and  $f_y(a, b)$  exist, then  $f$  is a continuous at  $(a, b)$ .  
 (b)  $f_{xy}(a, b) = f_{yx}(a, b)$ , whenever both the mixed partial derivatives  $f_{xy}$  and  $f_{yx}$  exist at  $(a, b)$ .  
 (c) If all the second order partial derivatives of  $f$  exist at  $(a, b)$ , then  $f$  is differentiable at  $(a, b)$ .  
 (d) Even if all the direction derivatives of  $f$  exist at  $(a, b)$ ,  $f$  may not be continuous at  $(0, 0)$ .
15. Suppose  $f(x, y)$  is differentiable at  $(a, b)$ . Let  $D_{\mathbf{u}}(a, b) = 5$  and  $D_{\mathbf{v}}(a, b) = 1$ , the directional derivatives of  $f$  at  $(a, b)$  in the directions  $\mathbf{u} = \langle 0, 1 \rangle$  and  $\mathbf{v} = \langle \frac{3}{5}, \frac{4}{5} \rangle$ . Then the *gradient vector* of  $f$  at  $(a, b)$  is
- (a)  $\langle -5, 5 \rangle$   
 (b)  $\langle -3, 3 \rangle$   
 (c)  $\langle 5, -5 \rangle$   
 (d)  $\langle 3, -3 \rangle$
16. The tangent plane equation of the surface  $x - z = 4 \tan^{-1}(yz)$  through the point  $(1 + \pi, 1, 1)$  is
- (a)  $(x - (1 + \pi)) + (y - 1) + (z - 1) = 0$   
 (b)  $(x - (1 + \pi)) - (y - 1) + (z - 1) = 0$   
 (c)  $(x - (1 + \pi)) + 2(y - 1) + 3(z - 1) = 0$   
 (d)  $(x - (1 + \pi)) - 2(y - 1) - 3(z - 1) = 0$
17. The maximum value of the function  $f(x, y, z) = yz + xy$  subject to the constraints  $xy = 1$  and  $y^2 + z^2 = 1$  is
- (a)  $-\frac{1}{2}$   
 (b)  $\frac{1}{2}$   
 (c)  $\frac{3}{2}$   
 (d) 2

國立交通大學 100 學年度碩士班考試入學試題

科目：微積分(5141)

考試日期：100年2月17日 第1節

系所班別：科技管理研究所

組別：科管所甲組

第4頁,共4頁

【可使用計算機】\*作答前請先核對試題、答案卷(試卷)與准考證之所組別與考科是否相符!!

18. The value of the iterated integral  $\int_0^{\sqrt{\pi}} \int_y^{\sqrt{\pi}} \cos(x^2) dx dy$  is

- (a) -1
- (b) 0
- (c) 1
- (d)  $\frac{\pi}{2}$

19. The value of the double integral  $\iint_R \frac{1}{(1+x^2+y^2)^2} dA$ , where  $R = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0\}$ , is

- (a)  $\pi$
- (b)  $\frac{\pi}{2}$
- (c)  $\frac{\pi}{3}$
- (d)  $\frac{\pi}{4}$

20. The volume of the solid bounded by the paraboloid  $z = 10 - 3x^2 - 3y^2$  and the plane  $z = 4$  is

- (a)  $6\pi$
- (b)  $12\pi$
- (c)  $18\pi$
- (d)  $24\pi$