

亞東技術學院 100 學年度資訊與通訊工程研究所
碩士班新生入學考試

工程數學 試題

注意事項：

- 一、本試題共有五大題。每題均須作答，總分 100 分。
- 二、請於答案卷中作答，否則不予計分。
- 三、答案卷上請用藍色或黑色筆繕寫。
- 四、作答時請先標明題號橫式書寫。

1. 解下列微分方程式： 40%

(1) $(1+x^4)dy + x(1+4y^2)dx = 0$, $y(1) = 0$

(2) $y'' - 2y' + y = e^x + x$

(3) $xy' = 4y + x^6 e^x$

(4) $x^2 y'' + xy' - 4y = 0$; $y(1) = 7$, $y'(1) = -3$

2. $u(t-a) = \begin{cases} 0, & t < a \\ 1, & t \geq a \end{cases}$ 15%

(1) 試求 $f(t)$ 拉普拉氏變換(Laplace Transform) $F(s)$

(a) $f(t) = t \cos t + \sqrt{2} \sin \sqrt{2}t$

(b) $f(t) = 1 - e^{-2t} \sin(t-1)u(t-1)$

(2) 試求 $F(s)$ 拉普拉氏反(逆)變換 $f(t)$ $F(s) = e^{-5s} + \frac{e^{-2s}}{s^3}$

3. 請以拉普拉氏變換解方程式 15%

$y'' - 4y = f(t)$; $y(0) = y'(0) = 0$, $f(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t \leq 2 \\ 0, & t > 2 \end{cases}$

※ 本試題紙請隨答案卷繳回※
第 1 頁，共 2 頁

4. 設函數 $f(t) = \begin{cases} -1, & -\pi \leq t < 0 \\ +1, & 0 \leq t \leq \pi \end{cases}$, 周期為 2π 20%

(1) 求 $f(t)$ 之傅立葉級數

(2) 並利用(1)之結果求 $S = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots$

5. 求向量場 $\vec{F}(x, y, z) = (x^2 y^3 - z^4) \vec{i} + 4x^5 y^2 z \vec{j} - y^4 z^6 \vec{k}$ 的散度 $\text{div} \vec{F}$ 與

旋度 $\text{curl} \vec{F}$ 10%