

100 學年度遠東科技大學碩士班招生考試 試題卷

所組別：電腦應用工程研究所 甲、乙 組

科目名稱：工程數學

注 意 事 項	一、本試題以計算題與選擇題混合方式出題請在答案卷上作答，寫在試題紙上無效。 二、本科試題共 <u>2</u> 頁，如有缺少，應立即舉手，請監試委員補發。 三、本試題總分 100 分。各題配分如每題末端所記之百分比。
----------------------------	---

准考證號碼

□□□□□□□

*請先填准考證號碼，並在答案卷依序作答。

1. 若向量 \vec{F}_1 大小為 600、與 X 軸正向逆時鐘夾 30° ，向量 \vec{F}_2 大小為 400、與 Y 軸正向逆時鐘夾 45° ，求：合向量 $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = ?$ (8%)
2. 若存在向量 $\vec{A} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$ 與向量 $\vec{B} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}$ ，其中 $a_x, a_y, a_z, b_x, b_y, b_z$ 分別為實數函數，試分別求此兩向量之內積(inner product)與外積(outer product) = ? (8%)
3. 試求空間中之函數 $f(x, y, z) = xy^2 + yz^3$ 在點 $(1, -2, 1)$ 處之梯度(gradient)，以及在 $\vec{l} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ 方向之方向導數(directional derivative)。(8%)
4. 若代數線性聯立方程組 $\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$ 可寫成矩陣 $AX=B$ 的形式，分別求：A、X、 $B = ?$ 並利用高斯消去法(Gauss reduction method)求解此聯立方程組。(10%)
5. 若矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ ，求矩陣 A 之反矩陣(inverse matrix) $A^{-1} = ?$ (8%)
6. 有一階常微分方程式 $y' = y^2 e^{-x}$ 。
 (a) 試問此微分方程式是屬於何種型式(1)可分離型(separable O.D.E.). (2)正合型(exact O.D.E.). (3) 線性常微分方程式(linear O.D.E.)。答：____(2%)
 (b) 試解此常微分方程式。(6%)
7. 有一常微分方程式 $y'' + 3y' = 0; y(0) = 3, y'(0) = 6$
 (a) 試問此微分方程式是屬於何種型式(1)二階齊性常微分方程式. (2) 二階非齊性常微分方程式. (3) 尤拉方程式(Euler's O.D.E.)。答：____(2%)
 (b) 試解此常微分方程式。(6%)
8. 有一階常微分方程式 $y' = -\frac{2xy^3 + 2}{3x^2y^2 + 8e^{4y}}$ 。

- (a) 試問此微分方程式是屬於何種型式(1)可分離型(separable O.D.E.). (2)正合型(exact O.D.E.). (3) 線性微分方程式(linear O.D.E.)。答：____(2%)
- (b) 試解此常微分方程式。(8%)
9. 有一常微分方程式 $y'' + 2y' - 3y = 8e^x$ 。
- (a) 試問此微分方程式是屬於何種型式(1)二階齊性常微分方程式. (2) 二階非齊性常微分方程式. (3) 尤拉方程式(Euler's O.D.E.)。答：____(2%)
- (b) 試解此常微分方程式。(6%)
10. 有一常微分方程式 $x^2y'' - 5xy' + 9y = 0$ 。
- (a) 試問此常微分方程式是屬於何種型式(1)二階齊性常微分方程式. (2) 二階非齊性常微分方程式. (3) 尤拉方程式(Euler's O.D.E.)。答：____(2%)
- (b) 試解此常微分方程式。(6%)
11. 試求下列函數之拉式轉換(Laplace transform) $L[f] = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$
- (a) $2e^{-t} + \sin(6t)$ 。(4%)
- (b) $5t^2 - 2t + 6$ 。(4%)
12. (a) 試寫出常係數二階偏微分方程的通式(the general constant coefficient second-order partial differential equation)。(4%)
- (b) 何謂偏微分方程的適定問題(Well-posed problems)。(4%)

