

100 學年度遠東科技大學碩士班招生考試 試題卷

所組別： 機械工程研究所 甲 組

科目名稱：工程數學

注 意 事 項	一、選擇題答題請劃記在答案卷上選擇題答案欄，寫在試題紙上無效。 二、計算題、問答題或申論題請在答案卷上作答，寫在試題紙上無效。 三、本科試題共 <u>2</u> 頁 <u>6</u> 題，如有缺少，應立即舉手，請監試委員補發。
----------------------------	---

准考證號碼

*請先填准考證號碼，並在答案卷依序作答。

1. 指出下列微分方程式的①階數、②次數及③是否為線性：(10%)

① $y' + \sin y = 0$

② $(y'')^3 + \sin xy' + y^3 = 0$

2. 放射性物質在每一瞬間，會以與其存在量成正比的速率分解。有一放射性物質鐳(${}_{88}\text{Ra}^{226}$)，在過程開始的瞬間質量為 0.5g，可以下式表示：

$$y' = -1.4 \times 10^{-11} y$$

$$y(0) = 0.5$$

試解此微分方程式。(10%)

3. 解下列微分方程式。(20%)

$$y'' + 4y = 0$$

$$y(0) = 0$$

$$y'(0) = 2$$

4. 以拉普拉斯轉換法(Laplace transform)解下列微分方程式。(20%)

(此題以拉普拉斯轉換法計算，方予計分。參考公式 $L^{-1}\left[\frac{1}{s^3}\right] = \frac{1}{2}t^2$)

$$y'' + 6y' + 9y = e^{-3t}$$

$$y(0) = 0$$

$$y'(0) = 0$$

5. 求矩陣 A 的特徵值(eigenvalue)與特徵向量(eigenvector)? (20%)

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

6. 已知純量場 $\phi(x, y, z) = xyz^3$ ，試求 (20%)

① ϕ 之梯度(gradient) $\nabla\phi = ?$

② ϕ 在點 $(1, -2, 1)$ 之梯度?

③ 沿著 $\vec{p} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ 方向之單位向量 \vec{e}_N ?

④ ϕ 在點 $(1, -2, 1)$ ，沿著 $\vec{p} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ 方向之方向導數(directional derivative)?

