朝陽科技大學 100 學年度碩士班招生考試試題

系（所）別：資訊與通訊系
組　　　別：一般生乙組
科　　　目：工程數學

總分：100 分

1. 求下列微分方程式的一般解(general solutions)

(a). $\dfrac{dy}{dx}=2(y-1)$ （7 分）

(b). $\dfrac{dy}{dx}=e^{2x+y}$ （8 分）

(c). $y''-y'-6y=0$ (10 分)

2. 求下列線性代數

(a). $A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$ 求 A^{-1}(逆矩陣) (10 分)

(b). 線性方程組可如此表示 $A\cdot x=b$, A 是系數矩陣, x 和 b 是變數矩陣, 求 x 的解 $x=A^{-1}\cdot b$,
有一矩陣 $B=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 1\end{bmatrix}$ 而 $A\cdot B=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}=I_2$(單位矩陣), 且 $b=\begin{bmatrix}5\\ 3\end{bmatrix}$ 求 x_1 和 x_2 (10 分)

3. 判斷下列函數是奇函數或偶函數

(a). $f(x)=x^3-5x$ (2 分)

(b). $f(x)=|x|$ (2 分)

(c). $f(x)=\cosh x$ (2 分)

(d). $f(x)=\cos x$ (2 分)

(e). $f(x)=x\cdot|x^3|$ (2 分)

4. 已知函數 $f(t)$,其拉氏轉換(Laplace transform)定義為 $F(s)=\int_0^{\infty}e^{-st}f(t)\,dt$

(a) 若 $f(t)=1$, 則 $e^{-st}f(t)$=? (4 分)

(b) 若 $\dfrac{dG(t)}{dt}=e^{-st}$, 則 $G(t)$=? (4 分)

(c) 接上題(b), 求 $G(0)$=? (4 分)

(d) 接上題(b), 求 $\lim\limits_{k\to\infty}G(k)$=? (4 分)

(e) 若 $F(s)=\int_0^{\infty}e^{-st}f(t)\,dt=\lim\limits_{k\to\infty}G(k)-G(0)$, 求 $F(s)$=? (4 分)

5. 若$F(s)=\dfrac{1}{s-a}$，則$f(t)=F^{-1}(s)=e^{at}$，其中$F^{-1}(s)$稱為$F(s)$的反拉氏轉換(Inverse Laplace transform)。

(a) 若$H(s)=\dfrac{1}{s-b}$，則$h(t)=H^{-1}(s)$=?(4 分)

(b) 已知$G(s)=\dfrac{1}{(s-a)(s-b)}=\dfrac{m}{(s-a)}+\dfrac{k}{(s-b)}$，若$m=\dfrac{1}{(a-b)}$，則 k 值為何? (4 分)

(c) 若$m=\dfrac{1}{(a-b)}$，則 $\dfrac{m}{(s-a)}$的反拉氏轉換為何? (4 分)

(d) 接上題(b)，求出 k 後，則 $\dfrac{k}{(s-b)}$的反拉氏轉換為何? (4 分)

(e) 由(b),(c)及(d)，求$G(s)$的反拉氏轉換$G^{-1}(s)$=?(4 分)

6. 已知週期函數$f(x)$,其週期是2π，$f(x)=\begin{cases}1 & 0<x<\pi \\ -1 & -\pi<x<0\end{cases}$,函數$f(x)$之傅立葉級數(Fourier series)為$\dfrac{1}{2}a_0+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$，其傅立葉係(Fourier coefficient)為

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cos nx dx,\ n=0,1,2,\cdots$$

$$b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\sin nx dx,\ n=1,2,3,\cdots$$

求a_0,a_1,b_1,a_2,b_2(5 分)