國立臺北科技大學 100 學年度碩士班招生考試

系所組別：3110、3120、3150 土木與防災研究所甲、乙、戊組

第二節　工程數學　試題

注意事項：

1. 本試題共 4 題，配分共 100 分。
2. 請標明大題、子題編號作答，不必抄題。
3. 全部答案均須在答案卷之答案欄內作答，否則不予計分。
4. 計算條件若有不足，請作合理假設。

一. Find a general solution of the following differential equations:

1. $x^2\frac{dy}{dx}+x(x+2)y=e^x$　　(10 分)

2. $xy^2\frac{dy}{dx}=y^3-x^3$　　(10 分)

3. $\frac{d^3y}{dx^3}-\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}-y=0$　　(10 分)

4. $\frac{d^2y}{dx^2}-4\frac{dy}{dx}+4y=e^{2x}+e^x+1$　　(10 分)

二. Solve the following system of differential equations using Laplace transform. Given that x(0) = y(0) = 1. (20 分)

$$\frac{dx}{dt}-2y=e^t$$
$$\frac{dy}{dt}-8x=-t$$

三. For the matrix $\boldsymbol{A}$ given below:

1. Determine the inverse of $\boldsymbol{A}$. (5 分)
2. Determine the eigenvalues of $\boldsymbol{A}$. (5 分)
3. Determine their corresponding eigenvector. (5 分)
4. Determine $\boldsymbol{A}^{31}$. (5 分)

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-1 & 3 & 0\\ 3 & -1 & 0\\ -2 & -2 & 6\end{bmatrix}$$

四. Solve the following partial differential equation with coefficient a: (20 分)

$$a^2\frac{\partial^2u}{\partial x^2}=\frac{\partial^2u}{\partial t^2}\qquad (0<x<1,\quad t>0)$$

subjected to boundary conditions: $u(0,t)=0,\quad u(1,t)=0,\quad (t>0)$

and initial conditions: $u(x,0)=0.1\sin 5\pi x,\quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=0,\quad (0<x<1).$