



每題 10%，共 10 題；作答必需詳列計算過程。

- 1) 求極限值  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} (\tan x)^{\cos x} = ?$
- 2) 求出一函數  $f(x)$ ，其  $f'(x) = x^3$ ，同時直線  $x+y=0$  為其切線？
- 3) 求積分  $\int_1^2 \frac{4+u^2}{u^3} du = ?$
- 4) 求常數  $C$ ，使得函數  $f(x)$  在  $(-\infty, \infty)$  連續， $f(x) = \begin{cases} x^2 - c^2 & \text{if } x < 4 \\ cx + 20 & \text{if } x \geq 4 \end{cases}$
- 5) 判斷數列  $a_n = \frac{\sin 2n}{1 + \sqrt{n}}$  收斂或發散，若收斂，則求其極限值？
- 6) 若  $f$  為一從  $[0,1]$  映至  $[0,1]$  的連續函數，試證明  $f$  至少有一固定點 (fixed point).
- 7) 若  $A_{n+1} = A_n + A_{n-1}$ ， $n \geq 2$ ，其中  $A_1 = A_2 = 1$ 。且定義  $r_n = \frac{A_n}{A_{n-1}}$ 。  
試求  $\lim_{n \rightarrow \infty} r_n$  當  $n \rightarrow \infty$ 。
- 8) 若  $S = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{j}{3^j}$ ，試求其和。
- 9) 試求平面， $x + y + z = 3$ ，與原點距離最小之處。
- 10) 若  $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq y, 0 \leq y \leq 1\}$ ，試求  $\iint_D 4xy dx dy$ 。