



一、單選題 (共 30%，無倒扣)

1. 令 $f(x) = \begin{cases} x+b, & x < 0 \\ \cos x, & x \geq 0 \end{cases}$ ，則下列敘述何者正確？..... (5%)

- (A) $b=1$ 時， $f(x)$ 在 $x=0$ 為連續但不可微分
 (B) $f(x)$ 在 $x=0$ 可以微分
 (C) 不論 b 為何值， $f(x)$ 在 $x=0$ 連續且可微
 (D) $b=1$ 時， $f(x)$ 在 $x=0$ 不連續且不可微

2. 求 $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx = ?$ (5%)

- (A) $\frac{\pi^2}{36}$ (B) $\frac{\pi}{36}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi^2}{72}$

3. 下列三個檢定方法當中，哪些可以用來檢定級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n(n+2)}$ 收斂？..... (5%)

- (1)用 $\sum_{n=1}^{\infty} 3n^{-2}$ 比較檢定 (2)用 $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-2}$ 極限比較檢定 (3)用 $\sum_{n=1}^{\infty} 3n^{-1}$ 比較檢定

- (A)1, 2 (B)2, 3 (C)1, 3 (D)1, 2, 3

4. 若 f 為 x 與 y 的函數，且 y 是 x 之函數，則 $g(x) = f(x, y(x))$ 。如果

$f(x, y) = \sin x + \sqrt{1-y^2}$ 且 $y(x) = \cos x$ ，則 $\frac{dg}{dx} = ?$ (5%)

- (A) $2\sin x$ (B) $2\cos x$ (C) $-2\sin x$ (D) $-2\cos x$

5. 下列哪一式子等於 $\int_0^{16} \int_0^{\sqrt{x}} f(x, y) dy dx$?..... (5%)

(A) $\int_4^0 \int_{16}^{y^2} f(x, y) dx dy$ (B) $\int_2^0 \int_8^{\sqrt{y}} f(x, y) dx dy$

(C) $\int_0^4 \int_{y^2}^{16} f(x, y) dx dy$ (D) $\int_0^8 \int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dx dy$

6. 試將 $\iint_R f(x, y) dA$ 以極坐標表為重積分，此處 R 如下圖所示之區域？..... (5%)

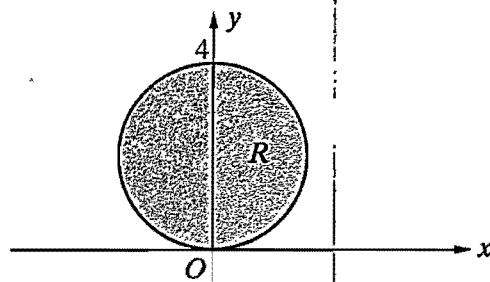
(A) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{4\sin\theta} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr d\theta$



$$(B) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{4\sin\theta} f(r \cos\theta, r \sin\theta) dr d\theta$$

$$(C) \int_0^{\pi} \int_0^{4\sin\theta} f(r \cos\theta, r \sin\theta) r dr d\theta$$

$$(D) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\sin\theta} f(r \cos\theta, r \sin\theta) r dr d\theta$$



二、求點 $C(2, 1, -2)$ 到通過兩點 $A(3, -4, 1)$ 及 $B(-1, 2, 5)$ 之直線的最短距離？..... (10%)

三、已知半徑為 r 的半球體容器裝滿了水，今慢慢地將它傾斜 30° ，求流出水量的體積？..... (10%)

四、若 $w = f(x, y, z) = xy^2z^3$ 且 $x = \cos t$, $y = e^t$, $z = \ln(t+2)$ ，試求 $\left. \frac{dw}{dt} \right|_{t=0}$ (15%)

五、試求於 $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq \pi$ 範圍下之積分值 $\iint y \cos(xy) dx dy$ (15%)

六、試求曲面 $z = 1 - x^2 - y^2$, $z \geq 0$ 與由位於 x, y 座標軸上的四個頂點 $(\pm 1, 0)$, $(0, \pm 1)$ 所構成的方形區域，所共同截切出的體積大小..... (20%)