

國立高雄海洋科技大學 100 學年度碩士班入學考試
造船及海洋工程研究所—工程數學試題
(※需使用計算機)

問題一 求解下式微分方程。(20%)

$$(x + y + 1)dx - (3x + 3y + 2)dy = 0$$

問題二 求解下式微分方程的特解與通解。(20%)

$$y'' - 2y' + 3y = x^2$$
$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

問題三 一聯立方程組可表示為 $A X = B$ ，其中 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 11 \\ 4 \\ -4 \end{bmatrix}$ ， $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$ 。

求未知向量 X 。(20%)

問題四 已知空間曲線 $\vec{r}(t) = \cos(t)\vec{i} + \sin(t)\vec{j} + 3t\vec{k}$ ，其中 \vec{i} 、 \vec{j} 、 \vec{k} 分別為 X 軸、 Y 軸、 Z 軸之單位向量，求該曲線位於 $0 \leq t \leq \pi$ 之弧長。(10%)

問題五 已知空間向量 $\vec{A} = -2\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ ， $\vec{B} = 2\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ ，其中 \vec{i} 、 \vec{j} 、 \vec{k} 分別為 X 軸、 Y 軸、 Z 軸之單位向量，求 \vec{A} 與 \vec{B} 兩向量間之夾角(單位：度)。(10%)

問題六 某弦長為 π 之小振動彈性弦之弦位移 $u(x, t)$ 控制方程式為如下之一維波動方程式：

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

若其具有如下之邊界條件及初始條件：

$$u(0, t) = 0, \quad u(\pi, t) = 0$$
$$u(x, 0) = 0.01\sin(3x), \quad \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = 0$$

請以分離變數法求解此問題。(20%)

(※試題結束)